

ՀՏԴ 7.016.4
ԳՄԴ 85.12
Է 850

Եր.: «Քյուրքչյան» ՍՊԸ, 2019

Mehmet Erbudak

Department of Physics, ETHZ, CH-8093 Zurich, Switzerland and
Physics Department, Boğaziçi University, TR-Istanbul, Turkey
erbudak@phys.ethz.ch

Armen Kyurkchyan

Kyurkchyan LLC, Koryun street 7/18, Yerevan, Armenia

թարգմանությունը՝ Լուսինե Ղուկասյանի
գիտական խմբագիր՝ Ստեփան Պետրոսյան
խմբագիր՝ Նունե Թովմասյան

© Mehmet Erbudak
© Քյուրքչյան, 2019թ. | Kyurkchyan

ISBN 978-9939-9226-0-7

www.kyurkchyan.org
info@kyurkchyan.org

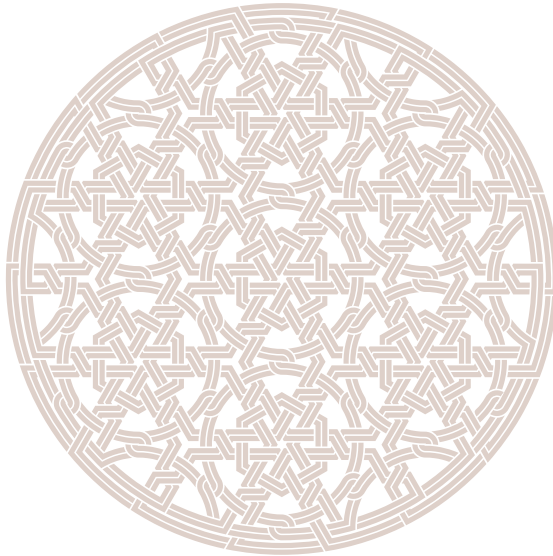
Մեհմետ Էրբուդակ
Արմեն Բյուրքչյան

Հայկական, բյուզանդական և
իսլամական զարդանախշեր

Առանձնահատկություններ
և փոխազդեցություններ

Mehmet Erbudak
Armen Kyurkchyan

Armenian, Byzantine
and Islamic Ornaments
Characteristic Features, Interactions



KYURKCHYAN
Երևան 2019 Yerevan

Այս աշխատությունում ներկայացնում ենք երկչափ պարբերական զարդանախշերը և տեսական մեթոդների կիրառմամբ նրանց դասակարգումն ըստ դիսկրետային խմբերի: Որպես հիմք ընդունելով տեսական այս մեթոդը՝ մենք փորձում ենք համեմատական անցկացնել հայկական, բյուզանդական և իսլամական զարդանախշերի միջև, որոնք դիտարկում ենք որպես գեղարվեստական նախասիրությունների ցուցիչներ և, հաշվի առնելով նրանց աշխարհագրական դիրքը, փորձում ենք պարզել, թե արդյոք եղել են փոխազդեցություններ տարածական առումով այդքան մոտ գտնվող արհեստավորների միջև, առկա է եղել արդյոք ստեղծագործական որևէ փոխներգործություն: Նշենք, որ բոլոր երեք մշակույթներին հիմնականում բնորոշ է եղել քառապատիկ համաչափության սկզբունքը: Իսլամական արհեստագործները նաև նախընտրել են վեցապատիկ համաչափության սկզբունքը, մինչ հայկական զարդանախշերին բնորոշ է բոլոր տիպերի հարթ մակերեսային, համաչափ խմբերի հավասարակշռված բաշխումը: Ուսումնասիրության արդյունքները վկայում են այն մասին, որ արհեստագործները գլխավորապես իրենց գործերը ստեղծում էին անկախ:

We present two-dimensional periodic Armenian ornaments and classify them into 17 discrete groups according to group-theoretical methods. Using this scheme, we compare Armenian, Byzantine and Islamic ornaments, which we take as indicators of their artistic preferences and, due to their geographical proximity, also as a measure of their mutual interaction. All three cultures predominantly used fourfold symmetry. Islamic craftsmen also preferred sixfold symmetry, while Armenian ornamental art is characterized by a balanced distribution of all planar symmetry groups. The results indicate that the craftsmen created their work largely independently.

Ներածություն

Մարդկության պատմության ընթացքում արհեստագործներն ու արվեստագետները մշտապես կիրառել են երկրաչափական զարդարանքներ: Գեղարվեստական ստեղծագործությունը կարելի է բնութագրել մի շարք չափանիշներով: Առկա է հարթ պարբերական նախշերը վերլուծելու հստակ մեթոդ, որը գոյություն ունի արդեն մոտավորապես 75 տարի [1, 2]: Նշված մեթոդը հիմնված է ճարտարապետների, արհեստագործների և արհեստավոր-վարպետների կողմից զարդապատկերներում կիրառված համաչափության տարրերի մաթեմատիկական որոշակի սկզբունքի նկարագրման վրա: Սույն աշխատանքը նորովի է համեմատում երեք նշանավոր մշակույթների արվեստի գործերը՝ հիմնվելով գիտական այդ մեթոդի վրա: Մենք համեմատում ենք Միջին Արևելքի միջնադարյան երեք մշակույթների՝ Հայաստանի, Բյուզանդիայի, իսլամական աշխարհի պարբերական զարդապատկերները՝ փորձելով բացահայտել, թե արդյոք այս երեք մշակույթներում արվեստի և ճարտարապետության ոլորտներում գոյություն են ունեցել փոխազդեցության ընդհանուր տարրեր:

1

Introduction

Geometric decorations have always been used by mankind. Artistic creation can be characterized by several criteria. There is a strict method of analyzing planar periodic patterns that has existed for about 75 years [1, 2]. This method is based on the mathematical identification of symmetry elements in the ornaments used by architects, craftsmen and artisans alike. The present work is a novel comparison of the artwork of three prominent cultures based on this scientific method. We compare periodic ornaments of three medieval cultures of the Middle East, Armenia, Byzantium, and the Islamic world, with the aim of identifying common elements which will help to understand if there had been mutual influences in art and architecture.

Մինչ այժմ նշված մեթոդով ուսումնասիրվել են նեոլիթի շրջանի [3], ամերիկյան հնդկացիների [4], Օվկիանիայի [5], աֆրիկյան ցեղերի [6] կամ բյուզանդական [7] զարդապատկերները, սակայն հիմնականում ուսումնասիրության շեշտը դրված է եղել իսլամական երկրաչափական նախշերի վրա [8]: Մեր աշխատանքը ներկայացնում է մի համեմատական ուսումնասիրություն, որի նպատակն է ստանալ տեղեկատվություն նաև այլ մշակույթների մասին, որոնք բնակվել են հարևանությամբ և որոշակի ճանապարհներով շփվել միմյանց հետ:

Առաջին հերթին ներկայացվում է շինությունների հատակին, ներսի և դրսի պատերին առկա երկչափ նախշերի բյուրեղագիտական հարթախմբային նկարագրման հիմունքները: Մենք առանձնացրել ենք բյուրեղագիտական 17 հարթ խմբերի հիմնական բնութագրիչները՝ օգտագործելով հայկական զարդապատկերների օրինակները: Այս իմաստով, սույն աշխատությունը կարելի է դիտարկել որպես արվեստաբանների և գիտնականների հետազոտությունների համար պարարտ հող հանդիսացող հայկական զարդապատկերների մակերևույթի բյուրեղագիտական տեսության ներածություն:

So far, ornaments of Neolithic people [3], American Indians [4], Oceania [5], African tribes [6], or Byzantium [7] have been studied, but most investigations focus on Islamic geometric patterns [8]. Our work is a comparative study that aims to gain information about cultures that lived nearby and interacted with each other in some way.

First, the basics of the crystallographic plane-group description of the two-dimensional patterns on floors, inner or outer walls are determined. We sketch the fundamental properties of 17 crystallographic plane groups using the example of Armenian ornaments. This is therefore an introduction to periodic and planar Armenian ornamentation.

Աշխարհագրական դիրքով պայմանավորված՝ շրջապատված լինելով մշտապես պատերազմող և բախվող արևելյան և արևմտյան ուժերով, հայերը ստեղծել են հուշարձաններ, որոնց բնորոշ է զարդապատկերների առատությունը և մտահղացումների

իմաստաբանությունը: Կարելի է ասել, որ դա պատմական զարգացման արգասիքն է: Հարկ է նաև նշել, որ հայկական զարդարվեստը Արևելքի և Արևմուտքի միջև մշտապես ընթացող մշակութային երկխոսության արդյունք է:

Այս ուսումնասիրության մեջ, ինչպես արդեն նշվել է, որպես համեմատության հիմք դիտարկում ենք 17 զարդանախշային խմբեր:

Ներկայացնում ենք այդ հարթախմբային զարդանախշերի 17 խմբերի դիագրամները՝ տարբեր մշակութային խմբերում զարդանախշերի կիրառման հաճախականությունը և հազվադեպությունը գրաֆիկորեն համեմատելու նպատակով: Բյուզանդական և իսլամական զարդանախշերի դեպքում մենք օգտագործում ենք նախկինում արդեն հրատարակված աշխատանքներ: Մեր համեմատական ուսումնասիրության արդյունքները բացահայտում են յուրաքանչյուր քաղաքակրթությանը բնորոշ զարդանախշերի առանձնահատկությունները, որոնք մեկնաբանելով հանգում ենք այն եզրակացության, որ այդ մշակույթները ներկայացնող արհեստագործների շրջանում որևէ էական ստեղծագործական փոխներգործություն գոյություն չի ունեցել:

Due to Armenia's geographical location, flanked by warring western and eastern forces, the Armenians created monuments characterized by their richness of ornaments and conceptual sophistication.

It is the consequence of history.

But we should mention that Armenian ornamentation is also a means of a great cultural exchange: the constant dialogue between East and West. For art historians and scholars, Armenian ornaments can serve as fertile soil for research.

We take the occurrence of the 17 groups as a basis for comparison. To this end, we present diagrams of plane groups to graphically compare the frequency and rarity of use in these different cultural groups. For the Byzantine and Islamic ornaments we use the published work. The results show the characteristic features of each civilization, which are interpreted as lack of intense artistic interaction among craftsmen.

Մեթոդներ

Բյուրեղագիտությունը նկարագրում է ատոմների, իոնների և մոլեկուլների դասավորվածությունը երեք ուղղություններով: Բյուրեղական նյութերում այս կառուցվածքային միավորները սովորաբար դասավորված են կարգավորված ձևով:

Մակերևույթների առավել փոքր չափողականությունը պարզեցնում և հնարավորություն է տալիս ավելի հեշտ անդրադառնալու այդ մակերեսի կառուցվածքային հատկանիշներին: Մենք կարող ենք բնութագրել մակերևույթի կառուցվածքն ամենափոքր կրկնվող միավորի՝ տարրական բջիջի, և երկու ուղղություններում նրա տեղափոխության միջոցով: Տարրական բջջի չափսը և համաչափությունն իր մեջ պարունակում է մակերևույթի կառուցվածքային ողջ տեղեկատվությունը: Տեղափոխության /տրանսլյացիայի/ վեկտորները տարրական բջիջը տեղափոխում են ամբողջ մակերևույթով ըստ զարդանկարի՝ այսպես կոչված Բրավեի ցանցի համաչափության, որը կարող է լինել շեղանկյուն, պարզ ուղղանկյուն, կենտրոնացված ուղղանկյուն, քառակուսի և վեցանկյուն:

2

Methods

Crystallography describes the arrangement of atoms, ions or molecules in three dimensions.

In ordinary materials, these building blocks are usually in an ordered state. The reduced dimensions of a surface make it simpler and easier to treat its structural properties. We can describe the surface structure with a *unit cell*, the smallest repeating unit, and translation completely in two dimensions. The size and symmetry of the unit cell carries all structural information of the surface.

The translation vectors transport the unit cell over the entire surface according to the symmetry of the underlying lattice, the so-called *Bravais lattice*: oblique, primitive rectangular, centred rectangular (rhombic), square, and hexagonal.

Առաջին դեպքում՝ տեղափոխության վեկտորների միջև եղած անկյունը, ինչպես նաև այդ վեկտորների երկարությունները կամայական են: Քառակուսի և վեցանկյուն ցանցերում նրանք ունեն նույն երկարությունը: Նշենք, որ սույն մեթոդաբանության հստակ և ուսուցողական նկարագրությունը՝ հիմնված մոլեկուլային քիմիայից բերված օրինակների վրա, առաջին անգամ ներկայացվել է Համմոնդի կողմից [9]:

Տարրական բջիջը ստեղծվում է զարդապատկերի մոտիվի նկատմամբ կետային-խմբային համաչափության գործողությունների կիրառմամբ: Դրանք են գծի նկատմամբ հայելային անդրադարձները և մակերևույթին ուղղահայաց առանցքի շուրջ պտույտները, որոնք մոտիվը չեն տեղաշարժում մակերևույթի երկայնքով: Այդ պատճառով է, որ մոտիվը նաև կոչվում է հիմնական տարր: Հայելային անդրադարձը նշանակվում է m -ով, իսկ պտույտի կարգը նշանակվում է n -ով և որոշվում է պտտման անկյունով՝ $2\pi/n$: Հարթ ցանցերի դեպքում կետային-խմբային գործողությունների համադրությունն առաջ է բերում նաև նոր համաչափ գործողություն՝ սահող անդրադարձ g : Սա պատկերավոր կարելի է բացատրել ավազի վրա մնացող աջ և ձախ ոտնահետքերի օրինակով, որը բաղկացած է հայելային անդրադարձից և հեռավորության կեսի չափով տեղափոխությունից: Արդյունքում՝ դիտարկվող նախշերը պատկանում են բյուրեղագիտական, հարթ դիսկրետային 17 խմբերի:

In the first case, the angle between the translation vectors is arbitrary, as are the lengths of the vectors.

They have the same length in the square and hexagonal lattice.

A clear and instructive introduction to the methodology, including examples from molecular chemistry, is presented by Hammond [9].

The unit cell is generated by applying point-group symmetry operations to a motif.

These are mirror reflections over a line and rotations around an axis perpendicular to the surface and do not move the motif in the plane.

This is the reason why the motif is also called the fundamental unit.

The mirror reflection is designated by m , and the order of rotation is n , defined by $2\pi/n$. The combination of point-group operations with the plane lattices induces a further symmetry operation, the glide reflection g .

It can best be described by the footprints on the sand, which consist of a mirror reflection and a translation of half a distance.

The resulting patterns belong to the 17 discrete crystallographic plane groups.

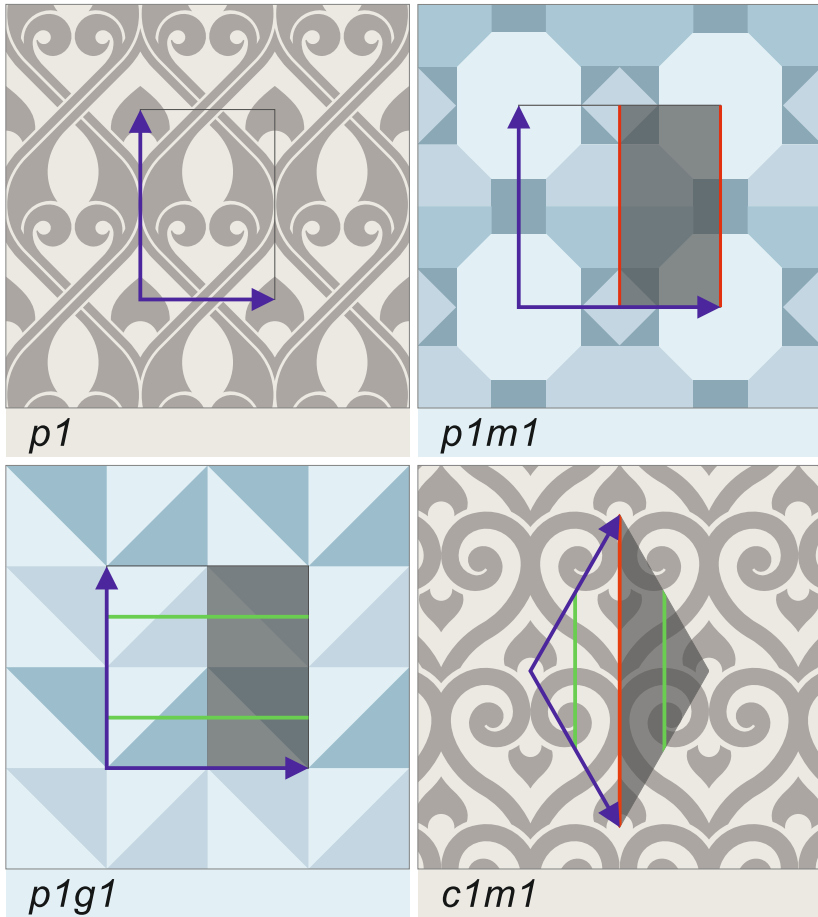
Խմբերի տեսության օգտագործումը հնարավորություն է տալիս միանշանակորեն բնութագրել մակերևույթի կառուցվածքը, ինչպես նաև օգնում է մեզ համեմատել տարբեր կառուցվածքներ, որոնք, վերջիվերջո, հանգեցնում են նյութի տարբեր մակրոսկոպիկ հատկությունների բացահայտման :

Հայտնի է, որ բյուրեղային նյութերի կառուցվածքի այս նկարագրությունը հիմնված է խմբերի տեսության վրա և մշակվել է 19-րդ դարի մաթեմատիկոսների կողմից [10]: Հետագայում՝ 1920-ականներին, Պոլիսայան նկարագրել է այն անալոգիան, որը գոյություն ունի մակերևույթային <<բյուրեղագիտության>> և զանազան հարթ, պարբերական նախշերի միջև, ինչպիսիք են՝ պատերի պաստառները, գործվածքները, հատակի նախշերը և այլն [11]: Մյուլլերից մոտավորապես 20 տարի պահանջվեց՝ ապացուցելու նման մոտեցման ճշտությունը՝ ուսումնասիրելով Իսպանիայի Գրանադա քաղաքի Ալհամբրա պալատի զարդանախշերը [1]: Բյուրեղագիտական վերլուծությունը հնարավորություն տվեց իրականացնել զարդանախշերի լիարժեք նկարագրությունը, ինչպես նաև դյուրին դարձրեց դրանց փաստաթղթավորումը: Ի հավելումն, այդ արդյունքները համարվեցին մշակութային խմբերը բնորոշող հատկություններ [5]: Այսպիսով, Մյուլլերի աշխատանքները հնարավորություն տվեցին նշված գիտական մեթոդը կիրառել տարբեր քաղաքակրթությունների զարդանախշերի վերլուծության համար:

This allows an unambiguous characterization of the surface structure and helps us compare different structures that can lead to different macroscopic properties of matter.

This description of the crystal structure is based on group theory and is established by the 19th century mathematicians [10]. Later, in the 1920's, Pólya introduced the analogy in the description of all periodic planar patterns, such as wallpaper, fabrics, floor ornaments, with surface crystallography [11]. It took about 20 years for Müller to prove this conjecture by analyzing the ornaments of the Alhambra Palace in Granada, Spain [1].

The crystallographic description is rigorous and easy to document. Additionally, its results have been considered a characteristic feature of a cultural group [5]. Consequently, Müller's work paved the way for the application of this method to ornamental patterns of different civilizations.



Նկար 1: $n=1$ պտտական կարգով չորս ներկայացուցչական խմբերը: $p1$ -ը և $c1m1$ -ն հայկական են, $p1m1$ -ը և $p1g1$ -ը՝ բյուզանդական:

Figure 1: Four representative groups of the rotational order $n=1$. $p1$ and $c1m1$ are Armenian, $p1m1$ and $p1g1$ Byzantine.

Հայկական զարդանախշերը եվ հարթ 17 խմբերը

3

Armenian ornaments and 17 plane groups

Արտահայտչականության միջոցների կրկնակի արժեքների փոխկապակցումը հայկական ճարտարապետությանը և քարե աշխատանքներին բնորոշ սկզբունքներից մեկն է: Հայկական զարդանախշերում երկրաչափական կատարյալ ձևը խստորեն վերահսկվում է համաչափության հետ սերտորեն առնչվող մաթեմատիկական օրենքներով: Այդ իսկ պատճառով, այս բաժնում մենք կօգտագործենք հայկական զարդանախշերի օրինակներ՝ ներկայացնելու բյուրեղագիտական հարթ մակերեսային խմբերը՝ սկսելով $n=1$ -ից մինչև $n=6$: Մեր 118 նմուշներից բաղկացած հավաքածուն ներկայացվում է 17 հնարավոր խմբերից 13-ով [12]:

Ստորև ներկայացվող զարդանախշերը հայկական են՝ բացառությամբ բացակայող 4 խմբերի: Նկար 1-ը ցույց է տալիս 4 նախշեր՝ $p1$, $p1m1$, $p1g1$, $c1m1$, որոնցից երկուսը հայկական մշակույթից են վերցված:

Կապույտ սլաքները ներկայացնում են տեղափոխության վեկտորները, որոնք ընդհանուր են բոլոր նախշերի համար: Նրանք առանձնացնում են տարրական բջիշը, որի եզրերը սահմանափակված են սև քարակ գծերով և ընդգծված են սովվերով:

The exchange with double values of expressivity is one of the characteristic principles of Armenian architecture and stone work.

In Armenian ornamentation, the geometrically perfect form is strictly controlled by mathematical laws closely linked to symmetry.

Therefore, in this Section, we use examples of Armenian ornaments for the presentation of the crystallographic plane groups, starting with $n=1$ through $n=6$.

In our collection of 118 items 13 of 17 possible groups are represented [12]. The ornaments listed below are Armenian, with the exception of the missing four groups.

Figure 1 presents four patterns, $p1$, $p1m1$, $p1g1$, and $c1m1$, two of them from Armenian culture.

Blue arrows are the translation vectors common to all patterns; they span the unit cell, which is bounded by fine black lines and shaded.

Տարրական բջջի՝ ավելի բաց գույնով ընդգծված հատվածը նախշի մոտիվն է: $p1$ -ն ամենապարզ դեպքն է, քանի որ տարրական բջջի ներսում չկան համաչափության տարրեր և, հետևաբար, մոտիվն ամբողջական տարրական բջիջն է: Պատահականորեն, տեղափոխության վեկտորները փոխողոպտայաց են այնպես, որ ցանցը պարզ ուղղանկյուն է, և այս խումբը նշանակել ենք p , c -ն նշանակում է տարր՝ ուղղանկյան մեջտեղում: Փաստացի, $p1$ խումբը կարող է ներկատուցվել Բրավեի կամայական ցանցում: Այստեղ ներկայացված նախշը պարունակում է ճյուղերի վեց հատումներ: Ստորին ձախ հատվածից դեպի վերին աջ հատվածը ձգվող ճյուղը հատում է վերին ձախ կողմից դեպի ստորին աջ հատված գնացող ճյուղը: Այս դիզայնը կրկնվում է ամբողջ նախշով մեկ և կանխում է հայելային համաչափության առկայությունը: Համաչափության տարրերի տեսանկյունից տարրական բջիջը պարզ է, բնութագրվում է ավելի ցածր համաչափությամբ, սակայն այն հարստացնում է զարդանկարը՝ հաղորդելով նրան կեղծ խորություն:

Հաջորդ նախշը՝ $p1m1$ -ն, ունի ուղղահայաց հայելային արտապատկերման գծեր, որոնք զձագրում կարմիր են և բնորոշում են նախշի համաչափության հատկանիշները: Մոտիվը տարրական բջջի կեսն է: Հայկական նախշերի մեր ունեցած նմուշներում չի հաջողվել գտնել նման խմբի որևէ օրինակ:

The lighter part of the unit cell is the motif of the pattern. $p1$ is the simplest case; there are no symmetry features within the unit cell and, therefore, the motif is the entire unit cell.

Accidentally, the translation vectors are perpendicular to each other, so the lattice is a primitive rectangle with the abbreviation p at the beginning of the group code. A c would denote an element in the middle of the rectangle. In fact, the group $p1$ can be embedded into any Bravais lattice. The pattern shown here contains six sections of branches. The branch running from bottom left to top right cuts the branch running from top left to bottom right. This design is repeated throughout the pattern and prevents the existence of mirror symmetry.

The unit cell remains simple in terms of symmetry, which is reduced and enriches the ornament with this false in-depth character.

The next pattern, $p1m1$, has vertical mirror lines that are red and describe the symmetry properties of the pattern. The motif is half the unit cell. The diagonals of the rhombus correspond to the sides of the rectangle. The motif has half of the total unit-cell area.

Ներկայացված օրինակը վերցված է Իտալիայի Վենետիկ քաղաքի բյուզանդական Սուրբ Սարկոսի տաճարի մարմարի սալիկներից [7]:

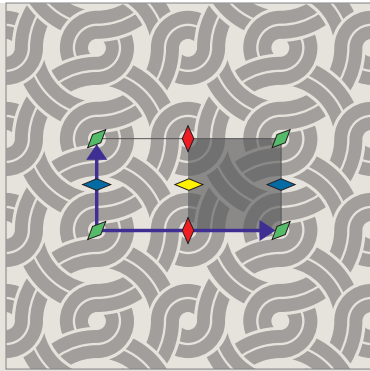
Ընդհանրապես բջիջը կարող է լինել ուղղանկյուն կամ քառակուսի: $p1g1$ խումբն առկա չէ հայկական արվեստում: Բյուզանդացի արհեստավորներն են օգտագործել այն: Այստեղ մենք հանդիպում ենք համաչափության մեկ այլ գործողության՝ կանաչ սահող անդրադարձ g -ին: Երբ հայելայինի և սահողի միջև կա տարածական համընկնում, հայելայինը փոխարինող է հանդիսանում : Այս ցանցն ընդհանրապես ուղղանկյուն է: Վերջին նախշը, որի դեպքում $n=1$ է, $c1m1$ -ն է, կենտրոնացված ուղղանկյուն բջիջ է: Տարրական բջիջը պարունակում է թե՛ հայելային, թե՛ սահող անդրադարձներ, որոնք հերթականությամբ շարժվում են իրար զուգահեռ: Քանի որ տարրական բջիջն ամենավոքը կրկնվող միավորն է, պարտադիր չէ, որ ամբողջ ուղղանկյունը օգտագործվի: Նրա կենտրոնական մաս պարունակող հատվածն արդեն բավարար տեղեկատվություն է պարունակում: Շեղանկյան անկյունագծերը համապատասխանում են ուղղանկյան կողմերին: Մոտիվը զբաղեցնում է տարրական բջիջ ընդհանուր մակերեսի կեսը:

An example to this group could not be found in the collection of Armenian ornaments and is therefore taken from the marble pavements of the Byzantine church La Basilica di San Marco in Venice, Italy [7].

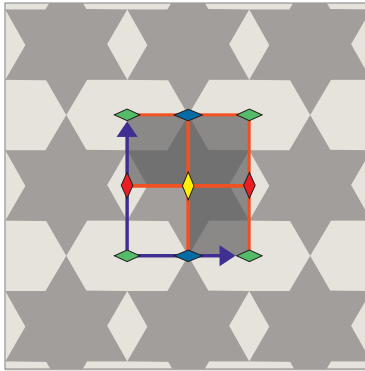
In general, the cell can be rectangular or square. The group $p1g1$ is also not present in Armenian art and therefore the Byzantine counterpart is used. Here we encounter another symmetry operation, the green glide reflection g . When there is a spatial coincidence of mirror and glide, the mirror supersedes. This lattice is generally rectangular.

The last pattern with $n=1$ is $c1m1$, a centred rectangular cell.

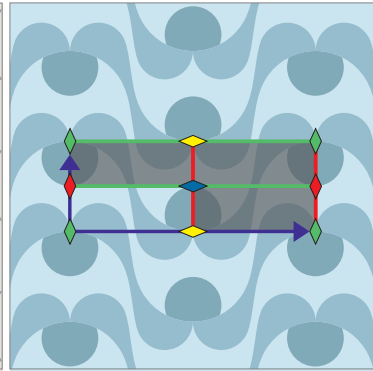
The unit cell contains both mirror and glide reflections, which alternately run parallel to each other. Since the unit cell is the smallest repeating unit, the entire rectangle does not have to be used; the section with the central part contains sufficient information. The diagonals of the rhombus correspond to the sides of the rectangle. The motif has half of the total unit-cell area.



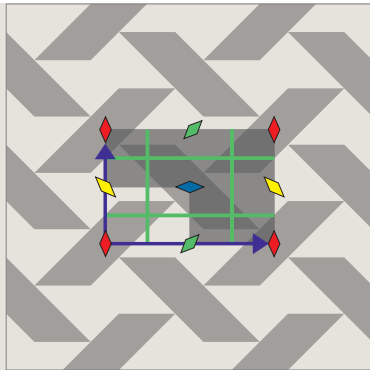
p211



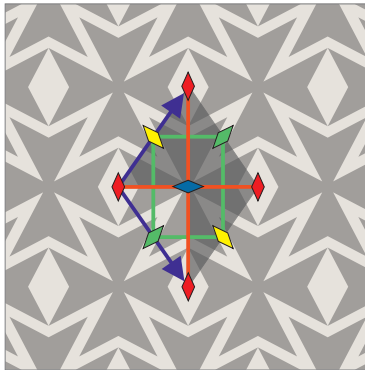
p2mm



p2mg



p2gg



c2mm

Նկար 2: $n=2$ պտտական կարգի հինգ ներկայացուցչական խմբեր: Բոլոր զարդանախշերը հայկական են, բացառությամբ՝ *p2mg*:

Figure 2: Five representative groups of the rotation order $n=2$. All ornaments are Armenian, except *p2mg*.

Նկար 2-ում բերված են պտտական $n=2$ կարգով 5 նախշերը: Կրկնակի համաչափությունը ենթադրում է պտույտ $2\pi/2=180^\circ$ անկյունով, որը ներկայացված է շեղանկյան տեսքով: Գոյություն ունեն կրկնակի պտտական համաչափության չորս տարբեր տիպի առանցքներ: Նույն տիպի առանցքներն ունեն նույն գույնը:

Figure 2 displays five ornaments with the rotation order $n=2$. A twofold symmetry implies a rotation of $2\pi/2=180^\circ$ about an axis represented by a diamond. There are four different types of twofold-rotation axes, while the same types of axes have the same colors.

p211 խումբը կարելի է դասակարգել Բրավեի՝ հինգ հնարավոր տիպերի ցանցերից մեկի հետ: Այստեղ այն ունի ուղղանկյան տեսք: Մոտիվը զբաղեցնում է տարրական բջջի կեսը: Այս զարդանախշը պարունակում է ընդհատվող գոտիների մասերը, որոնք էլ նախշին հաղորդում են ապշեցուցիչ գեղեցկություն: *p2mm* խումբն ունի հայելային համաչափություններ՝ երկու փոխողոթնահայաց ուղղություններով, որոնք հատվում են կրկնակի պտտական առանցքների մոտ: Բջիջը կարող է ունենալ ուղղանկյուն կամ քառակուսի տեսք, իսկ մոտիվը զբաղեցնում է տարրական բջջի քառորդ հատվածը: Հաջորդ խումբը *p2mg*-ն է, որը պարունակում է իրար ուղղահայաց հայելային և սահող անդրադարձներ: Գոյություն ունեն չորս տարբեր տեսակի կրկնակի պտտական համաչափ ուղղություններ: Բջջի կառուցվածքն ուղղանկյուն է, իսկ մոտիվը զբաղեցնում է տարրական բջջի քառորդ մասը: Այս խումբը հայկական զարդանախշերի մեջ չի հայտնաբերվել, և ներկայացված նախշը վերցված է Վենետիկի Մուրբ Մարկոս բյուզանդական եկեղեցու մարմարե սալահատակից [7]:

The group *p211* can fit into any type of Bravais lattice among the five possibilities. Here it has the rectangular shape. The motif occupies half of the unit cell.

This ornament contains parts of discontinuous bands that give it a fascinating appearance.

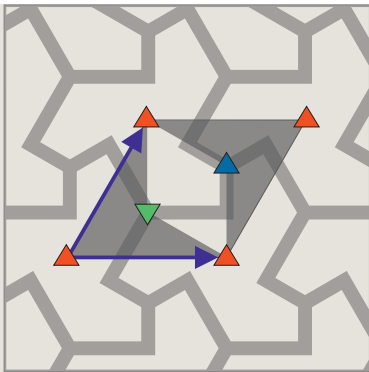
The group *p2mm* has mirror symmetries in two mutually perpendicular directions that intersect at twofold-rotation axes.

The cell can have a rectangular or square shape, and the motif is a quarter of the unit cell.

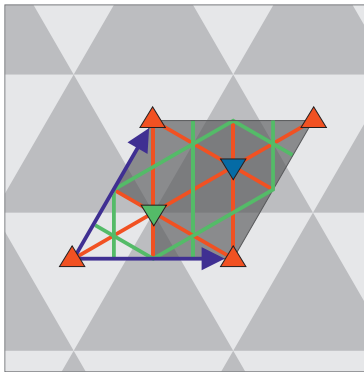
The next group is *p2mg*, which contains mirror and glide reflections perpendicular to each other. There are four different types of twofold directions. The cell structure is rectangular, and the motif is a quarter of the unit cell. Also this group is not to be found among the Armenian ornaments, and the shown pattern comes from the marble pavements of the Byzantine Saint Mark's church in Venice [7].

$n=2$ -ով բնութագրվող հաջորդ խումբը $p2gg$ -ն է: Ցանցը կարող է լինել քառակուսի կամ ուղղանկյուն, և նրա տարրական բջիջը պարունակում է սահող անդրադարձներ երկու, փոխադրահայաց ուղղություններով: Սահող գծերն անցնում են պտույտի առանցքների միջնամասով: Մոտիվը զբաղեցնում է տարրական բջջի քառորդ մասը: $c2mm$ խումբը կենտրոնացված ուղղանկյուն բջջի մի մասն է: Այն բնութագրվում է 4 տարբեր տիպի կրկնակի համաչափության առանցքներով, որոնցից յուրաքանչյուրով անցնում են 2 խումբ սահող անդրադարձական գծերը, ինչպես նաև 2 խումբ հայելային անդրադարձի գծերը: Մոտիվը զբաղեցնում է տարրական բջջի մակերեսի քառորդ մասը:

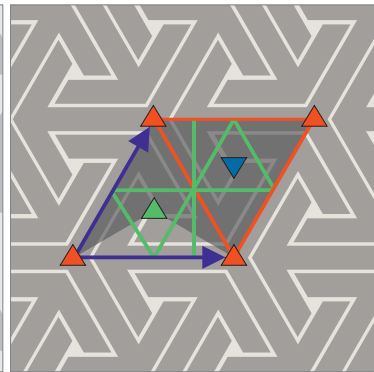
The next group with $n=2$ is $p2gg$. The lattice can be square or rectangular, with the unit cell containing glide reflections in two mutually perpendicular directions. Glide lines run halfway between the axes of rotation. The motif is a quarter of the unit-cell area. The group $c2mm$ is part of a centred rectangular cell. It is characterized by the presence of four different types of twofold-symmetry axes, through each of which two sets of glide-reflection lines and two sets of mirror-reflection lines pass. The motif occupies a quarter of the cell area.



$p3$



$p3m1$



$p31m$

Նկար 3: $n=3$ պտտական կարգի երեք ներկայացուցչական խմբեր: $p3m1$ -ի օրինակը ստեղծված է համակարգչի միջոցով:

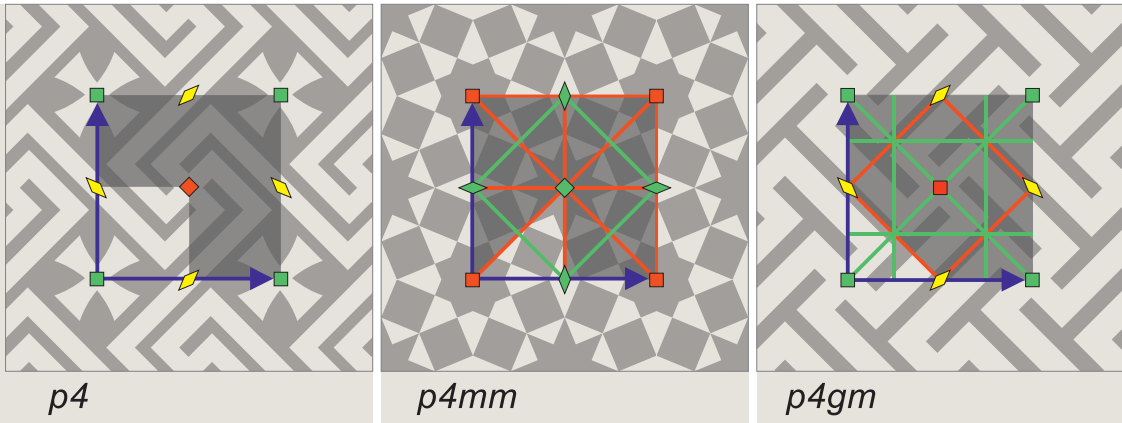
Figure 3: Three representative groups of the rotational order $n=3$. The example for $p3m1$ is computer generated.

Նկար 3-ը ցույց է տալիս $n=3$ պատասկան կարգի երեք խմբեր: Տարրական բջիջը շեղանկյուն է, բացման անկյունը՝ 60° : Ամենապարզ խումբը $p3$ -ը, որը պարունակում է թե՛ անդրադարձներ, թե՛ սահուններ, և այստեղ առկա են երեք տարբեր եռաձալ պտույտներ, որոնք ներկայացված են փոքր, գունավոր եռանկյունների տեսքով: Մոտիվը զբաղեցնում է տարրական բջջի մեկ երրորդ մասը:

Հաջորդ երկու խմբերը համապատասխանում են հայելային համաչափության տեսակին: $p3m1$ խմբում հայելային արտապատկերման զծերը ուղղահայաց են տեղափոխության վեկտորներին և անցնում են եռակի պտտական համաչափության բոլոր առանցքներով: Երեք աչքի ընկնող ուղղություններով սահող զծերը, որոնք զուգահեռ են հայելայիններին, անցնում են անդրադարձման առանցքների մեջտեղով: Այս խմբին պատկանող զարդանախշերը սակավաթիվ են: Այդ իսկ պատճառով, մենք ներկայացնում ենք համակարգչով ստեղծված նախշը: Մյուս կողմից $p31m$ խումբն ավելի պարզունակ է՝ հայելային համաչափության զծերով, որոնք կազմում են շեղանկյան կողմերը և անցնում են եռաձալ համաչափությամբ մի տիպի առանցքներով (նկարի վրա նշված են կարմիր գույնով): Մյուս երկու եռակի առանցքներով ոչ մի այլ համաչափության գիծ չի անցնում: Սահող անդրադարձներն երեք ուղղություններով են և անցնում են հայելային զծերի մեջտեղով: Վերջին երկու խմբերի համար մոտիվները այնքան են, որ կազմում են տարրական բջջի մեկ վեցերորդ մասը:

Figure 3 presents three groups with the rotation order $n=3$. The unit cell is a rhombus with an opening angle of 60° . The simplest group is $p3$, which contains neither reflections nor glides, but three different types of threefold rotations, represented as tiny coloured triangles.

The motif is one third of the unit cell. The designation of the next two groups follows the types of mirror-symmetry lines. In the group $p3m1$ the mirror lines are perpendicular to the translation vectors and pass through all threefold-rotation axes. The glide lines in three prominent directions parallel to the mirrors run halfway between the reflection axes. Ornaments belonging to this group are rather rare. Therefore we present a computer-generated pattern. The group $p31m$, on the other hand, is simpler with mirror-symmetry lines forming the rhombus edges passing through one type of threefold symmetry axis (the red ones in the figure). No symmetry lines pass through the other two threefold axes. The glide reflections are in three directions and run halfway between the mirror lines. For the last two groups, the motifs are as large as one sixth of the unit cell.



Սկար 4: $n=4$ պտտական կարգի երեք ներկայացուցչական խմբեր
 Figure 4: Three representative groups of the rotational order $n=4$.

$n=4$ պտտական կարգով օժտված զարդանախշերն ամենահաճախ հանդիպող տարատեսակն են և կիրառվում են շատ մշակույթներում: Նկար 4-ը ներկայացնում է $p4$, $p4mm$ և $p4gm$ երեք հայկական զարդանախշեր: Բոլոր երեք տեսակների համար տարրական բջիջը քառակուսի է, որովհետև այն ունի քառակի պտտական բնութագիր: Բոլոր երեք խմբերն ունեն երկատված քառակի համաչափության առանցքների երկու տարբեր տեսակներ, որոնք ցուցադրված են փոքր գունավոր քառակուսիների տեսքով: $p4$ խմբի մոտիվը տարրական բջիջ քառորդ մասն է: Այստեղ ներկայացված նախշը պատմականորեն հնարավոր է գտնել տարբեր մշակույթներում: Կարևոր է նշել, որ միջնադարի հայկական զարդարվեստը հանդիսանում է հեթանոսական ժամանակշրջանի արվեստի ակներև ժառանգորդը:

Ornaments with the rotational order $n=4$ are the most frequently used in many cultures. Figure 4 illustrates three Armenian ornaments of $p4$, $p4mm$, and $p4gm$. For all three, the unit cell is square because it has a fourfold rotational character. All three groups have two different types of fourfold-symmetry axes, represented by tiny coloured squares. The motif of the group $p4$ is a quarter of the unit cell. The pattern shown here can be found in all cultures throughout the history. It is important to mention that the ornamental art of the Armenian Medieval Ages is indebted to and, in fact, is the unmistakable legacy of the pagan culture that came before.

Չարդանախշերի հետ միասին՝ հուշարձանների, վանքերի, եկեղեցիների, խաչքարերի վրա հայաստան արված արձանագրությունները, ձեռագիր մատյանները և դեկորատիվ արվեստի (կերամիկա, արծաթ, ոսկի, փայտ և կտոր) նմուշներն այդ ժամանակահատվածի Հայաստանի մշակույթի մասին տեղեկատվության հարուստ աղբյուր են հանդիսանում: Համապատասխանաբար, հայկական զարդանախշերը գործածվում էին ոչ միայն որպես զարդարանքներ, նրանք ծառայում էին նաև որպես յուրահաստուկ նշանների լեզու, մինչդեռ այլ մշակույթներում զարդանախշերն ավելի շուտ ծառայել են որպես դեկորատիվ տարրեր:

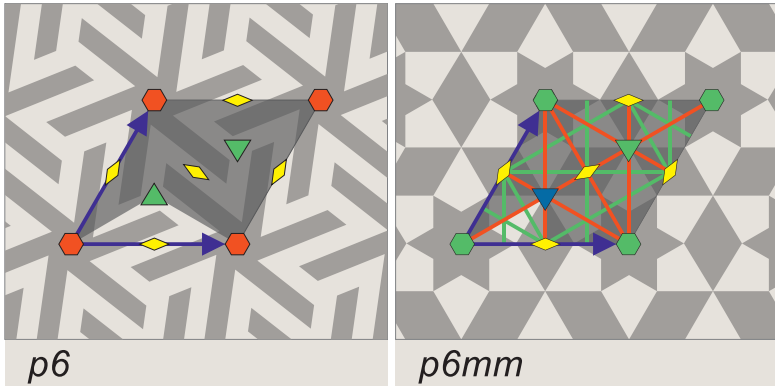
Հաջորդ խումբը $p4mm$ -ն է, որն ունի հայելային անդրադարձներ քառակուսի ցանցի երկու հիմնական ուղղություններում: Ի հավելումն, կան նաև հայելային անդրադարձման գծեր երկու անկյունագծերով: Գոյություն ունի երկակի պտույտի մեկ տեսակ, որի առանցքն անցնում է քառակուսու յուրաքանչյուր կողմի կեսով: Սահող անդրադարձի գծերն անցնում են այս երկակի պտտական առանցքներով: Մոտիվը կազմում է տարրական բջշի մեկ ութերորդ մասը: Հաջորդ նախշն ունի հետաքրքիր ձև, որը բնորոշ է սահող անդրադարձին: Խումբը $p4gm$ -ն է՝ երկակի պտույտի մի տիպով և քառակի համաչափության առանցքի երկու տարբեր տեսակներով, որոնք հայելային պատկերներ են: Հայելային անդրադարձի գծերը ձգվում են երկու ուղղություններով և միացնում են քառակուսու կողմերի կենտրոնները: Հարկ է նշել, որ սահող անդրադարձի գծերը զուգահեռ են քառակուսու կողմերին և նրանց հետ կարող են կազմել 45° աստիճանի անկյուն:

Together with the ornaments, inscriptions in Armenian script on monuments, monasteries, churches, khachkars, manuscripts and samples of decorative arts (ceramics, silver, gold, wood and textiles) provide a rich source of information about the culture of Armenia at that time.

Accordingly, Armenian ornaments functioned both as decorations and as a unique sign language, while in other cultures ornaments served often as decorative elements.

The next group is $p4mm$ which has mirror reflections in two principal directions of the square lattice.

In addition, there are mirror lines through both diagonals. There is one type of twofold rotation that is halfway in the middle of each square side. The glide-reflection lines pass through these twofold-rotation axes. The motif is one eighth of the unit cell. The next pattern has an interesting shape that is typical of the glide-reflection character. The group is $p4gm$ with one type of twofold rotation and two different types of fourfold symmetry axes that are mirror images. The mirror reflection lines are in two directions and connect the centres of the square sides. However, the glide-reflection lines are parallel to and, additionally, at 45° to the square sides.



Նկար 5: $n=6$ պտտական կարգի երկու ներկայացուցչական խմբեր
 Figure 5: Two representative groups of the rotation order $n=6$

Վերջապես, նկար 5-ը ներկայացնում է $n=6$ –ով երկու խմբեր: Երկուսն էլ ունեն համաչափության ընդհանուր հատկանիշներ: Ցանցը վեցանկյուն է՝ շեղանկյուն տարրական բջջով: Գոյություն ունի վեցակի համաչափության առանցքների մեկ տեսակ, որոնք նշված են փոքր վեցանկյուններով: Եռակի համաչափության երկու տիպի առանցքները միմյանց նկատմամբ 180° աստիճանի վրա են, ինչպես՝ կրկնակի պտույտի երեք կենտրոնները 60° աստիճան պտույտի դեպքում: $p6$ խումբը չունի ո՛չ սահող, ո՛չ հայելային անդրադարձներ, իսկ $p6mm$ -ն ունի և՛ հայելային, և՛ սահող անդրադարձներ: Հայելային անդրադարձման բոլոր զժերն անցնում են վեցակի համաչափության առանցքներով, 30° աստիճան ինտերվալով: Ենթանայես սահող բոլոր զժերն անցնում են կրկնակի համաչափության առանցքներով, նորից 30° աստիճան ինտերվալներով: Այսպիսով, սահող զժերը զուգահեռ են հայելային զժերին և անցնում են դրանց մեջտեղով: Մոտիվները համապատասխանաբար զբաղեցնում են տարրական բջջի մեկ վեցերորդ և մեկ տասներկուերորդ մասերը:

Figure 5 finally shows two groups with $n=6$. Both have common symmetry properties. The lattice is hexagonal with a rhombic unit cell. There is one type of sixfold-symmetry axis, which is represented as tiny hexagons. The two threefold-symmetry axes are related to each other by a rotation of 180° , as are the three twofold-rotation centres by a rotation of 60° . The group $p6$ has no glide or mirror reflections, while $p6mm$ has both mirrors and glides. All mirror lines pass through sixfold-symmetry axes at an interval of 30° , and similarly, all glide lines pass through twofold-symmetry axes likewise at an interval of 30° . So glide lines are parallel to the mirror lines and run halfway between them. The motifs are a sixth and a twelfth of the unit cells, respectively.

4

Frequency of ornaments

Չարդանախշերի հաճախականությունը

Նախորդ բաժնում մենք նկարագրեցինք դիսկրետ հարթ բյուրեղագիտական 17 խմբերը: Այժմ կանգ կառնենք հայկական, բյուզանդական և իսլամական ծագման զարդանախշերում հանդիպող հարթ խմբերի քանակին և կներկայացնենք առանձին խմբերի հաճախականությունը:

Այս քաղաքակրթությունների մեր ընտրությունը հիմնված է այն փաստի վրա, որ այս մշակույթները դարեր շարունակ եղել են հարևաններ: Հարթ զարդանախշային խմբերի վերլուծության արդյունքում ստացված որևէ համընկնում կամ դրա բացակայություն կօգնի որոշել, թե արդյոք այս մշակույթներում զարդարվեստի ոլորտում առկա է եղել որևէ փոխներգործություն կամ փոխազդեցություն:

Գիտարկել ենք մեզ հասանելի 118 հայկական [12], 730 բյուզանդական [7, 13] և 249 արաբական զարդանախշեր [14]: Այս թվերը բավական մեծ են համապատասխան վիճակագրական համեմատություն կատարելու համար:

In the previous Section, we have described 17 discrete crystallographic plane groups. Now we focus on the number of the plane groups of the available Armenian, Byzantine and Islamic ornaments and record the frequency of each individual group. Our choice of these civilisations is based on the fact that these peoples have shared the geography of Western Iran, Eastern Turkey and Northern Mesopotamia for several centuries. Any coincidence or lack of the plane groups can be used as a measure for artistic interaction. We have 118 Armenian [12], 730 Byzantine [7, 13], and 249 Arabic ornaments [14] available. These figures are sufficiently large to allow a statistically relevant comparison. We note that the craftsmen were not aware of the modern group-theoretical treatment of symmetries. If they have preferably created a certain group of ornaments, we must consider this fact as the artistic inclination of the artisans, which is a component of this particular culture.

Բնական է, որ արհեստագործները տեղյակ չէին համաչափության խմբային-տեսական ժամանակակից մոտեցումներին և եթե նրանք նախընտրել են ստեղծել զարդանախշերի որոշակի խումբ, մենք այս փաստը պետք է դիտարկենք որպես արհեստագործների գեղարվեստական հակում, ինչը նաև տվյալ մշակույթը բնորոշող տարր է:

Տայկական և իսլամական մի շարք զարդանախշեր, չնայած երկչափ լինելուն, երրորդ չափողականության մեջ ենթամակերեսային շերտ ունենալու տպավորություն են թողնում: Նման տպավորություն ստեղծվում է նախշերի առանձին տիրույթները զուլերով կամ նեղ շերտերով, այլ ոչ թե զծերով բաժանելիս: Այս հանգամանքն առաջացնում է որոշակի անորոշություն՝ արդյո՞ք պետք է զարդանախշը դիտարկել որպես երկչափ, թե՞ եռաչափ՝ շերտավոր համաչափ խմբերի ֆորմալիզմի շրջանակներում [2, 9]: Այս դեպքում խմբերի քանակը մեծանում է 17-ից՝ հասնելով 80-ի: Ծերտավորված համաչափության վերլուծությունը սովորաբար կիրառվում է տեքստիլի կամ կարպետների դեպքում, որոնք իրականում բաղկացած են առնվազն երկու շերտից, սակայն ոչ հարթ մակերեսով զարդանախշերի դեպքում, որոնք փորագրված են քարի կամ մարմարի վրա և ունեն ճշգրիտ չափսեր, կամ դասավորված են հատակին որպես սալիկներ:

Իսլամական համապատասխան աղբյուրը [14] ներկայացնում է երկու հարյուրից ավելի զարդանախշեր, որոնց զուլերը վերածվել են զծերի՝ փորձելով խուսափել անորոշությունից, չնայած այս գործընթացը երբեմն կարող է փոխել զարդանախշի համաչափության հատկանիշները:

Several Armenian and Islamic ornaments, albeit two dimensional, give the impression of extending into the subsurface layer in the third dimension. This is achieved by separating areas of the pattern by stripes or ribbons and not by lines. This issue leads to the ambiguity of treating the ornament either as two dimensional or three dimensional within the formalism of layered symmetry groups [2, 9]. In this way the number of groups is increased from 17 to 80.

An analysis using layered symmetry is necessary for textiles or kelims, which in fact consist of at least two layers, but not for plane ornaments that are carved on stone or marble, which are precisely shaped and laid as pavings on floor.

The comprehensive Islamic source [14] presents over two hundred ornaments after transforming the stripes to lines and avoids this ambiguity, although this process can alter the symmetry properties of the ornament.

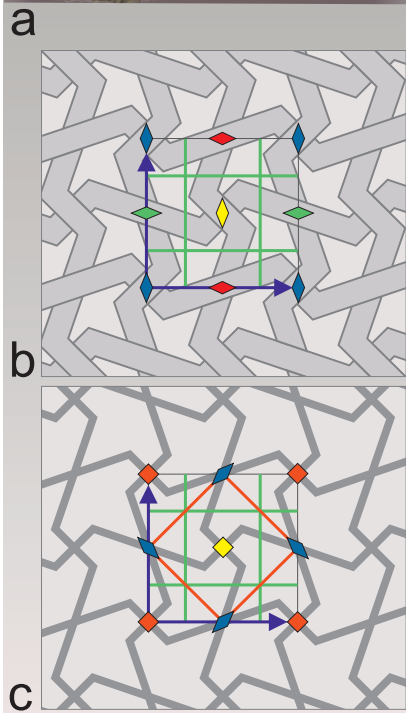
To illustrate this topic we present in Figure 6a a photograph of a stone from the garden of St. Grigor Bardzrakash Monastery in Lori Province, Armenia.

The ornament carved in stone contains crossing bands, and its precision is a fine example of Armenian art. Figure 6b is the line abstraction of the same ornament with intersecting bands that separate different areas from each other. It is rotated clockwise by about 36° relative to the stone ornament to align the translation vectors with the horizontal and vertical.

Այս թեման պատկերավոր ներկայացնելու համար մենք նկար 6a-ում բերել ենք Հայաստանի Լոռվա մարզի Բարձրաքաշ Սուրբ Գրիգոր վանքի տարածքում տեղակայված մի զարդանախշ քարի լուսանկար: Քարի վրա փորագրված զարդանախշը պարունակում է խաչվող հանգույցներ՝ իրականացված զարմանալի ճշգրտությամբ, ինչը բնորոշ է հայկական գեղարվեստին: Նկար 6b-ն նույն զարդանախշի գծային պատկերումն է՝ խաչվող հանգույցներով, որոնք տարբեր տիրույթները բաժանում են իրարից: Այն պտտվում է մոտավորապես 36° աստիճանով՝ ժամացույցի սլաքի ուղղությամբ, քարի զարդանախշի նկատմամբ՝ տեղափոխության վեկտորները հորիզոնական և ուղղահայաց են: Մենք առանձնացնում ենք տարրական բջիջը՝ սահմանափակված տեղափոխության վեկտորներով, որոնք ուղղահայաց են միմյանց նկատմամբ, այսինքն՝ ցանցի տեսակն ուղղանկյուն է: Այստեղ առկա են կրկնակի պտտական առանցքների երկու տարբեր տիպեր, որոնք նշված են փոքրիկ շեղանկյուններով: Բացակայում են հայելային անդրադարձներ, սակայն առկա են սահող անդրադարձի գծերի երկու զույգեր, որոնք հորիզոնական և ուղղահայաց են և ացնում են պտույտի կենտրոնների մեջտեղով: Այս փաստը հուշում է, որ զարդանախշը պատկանում է $p2gg$ խմբին: Չոլավոր ձևը զարդանախշին տալիս է եռաչափ տեսք:

We identify the unit cell spanned by the translation vectors that are perpendicular to each other, i.e., the lattice type is rectangular. We observe four different types of twofold-rotation axes, which are marked with diamonds. There are no mirror reflections, but two sets of glide-reflection lines running horizontally and vertically through halfway between the centres of rotations. This knowledge determines that the ornament belongs to the group $p2gg$. The striped shape gives the ornament a three-dimensional appearance. Figure 6c depicts the same ornament with simple lines representing the bands. This ornament belongs to the group $p4gm$. The translation vectors have the same length and are perpendicular to each other, i.e., the lattice is square. This group has two different centres of fourfold symmetry, each of which is the mirror image of the other. The mirror reflections take place in two perpendicular directions, which run through twofold-rotation centres and not through the fourfold-symmetry axes. There are four glide-reflection lines in two pairs perpendicular to each other. They are at 45° to the mirror-reflection axes and traverse the midway between twofold- and fourfold-rotation axes. Another pair of glide reflection lines is parallel to the mirror-reflection axes and passes through fourfold-symmetry centres. Compared to Figure 6b, this ornament has a higher symmetry and looks simpler, while the ornament in Figure 6b is more pleasing to the eye.

Նկար 6c-ում ցույց է տրված նույն զարդանախշը՝ պարզ գծերով, որոնք ներկայացնում են կապերը: Այս զարդանախշը պատկանում է $p4gm$ խմբին: Տեղափոխության վեկտորներն ունեն նույն երկարությունը և ուղղահայաց են միմյանց նկատմամբ, այսինքն՝ ցանցը քառակուսին է: Այս խումբն ունի քառակի համաչափության երկու տարբեր կենտրոններ, որոնից յուրաքանչյուրը մյուսի հայելային պատկերն է: Հայելային անդրադարձները տեղի են ունենում երկու ուղղահայաց ուղղություններով, որոնք անցնում են կրկնակի պտտական կենտրոններով և ոչ թե քառակի համաչափության առանցքներով: Գոյություն ունեն սահող անդրադարձի չորս գծեր իրար ուղղահայաց երկու զույգերում: Նրանք 45 աստիճան են կազմում հայելային անդրադարձի առանցքների հետ և անցնում են կրկնակի և քառակի պտտական պտույտի առանցքների մեջտեղով: Սահող անդրադարձի գծերի հաջորդ զույգը զուգահեռ է հայելային անդրադարձի առանցքերին և անցնում է քառակի համաչափության կենտրոններով: Նկար 6b-ի հետ համեմատած՝ այս 6c զարդանախշն ունի ավելի բարձր համաչափություն և ավելի պարզունակ տեսք, մինչ նկար 6b-ում ներկայացված զարդանախշն ավելի ակնահանճ է:



Նկար 6: a. Բարձրաքաշ վանքի այգում գտնվող քարի վրա փորագրված զարդանախշ, b. Նախշի զծագիր՝ որի դեպքում այն պատկանում է $p2gg$ համաչափության խմբին, c. Նույն նախշի պարզ գծերով զծագիր, որի դեպքում այն պատկանում է $p4gm$ խմբին:

Figure 6. a. An ornament carved in stone from the garden of Bardzrakash Monastery. b. An abstraction of the pattern using stripes leads to the symmetry group $p2gg$. c. A simple line drawing of the same pattern leads to the group $p4gm$.

Հայկական զարդանախշեր

Իսլամական նախշերը ներկայացված են դիագրամների տեսքով, որոնք պարզեցված են մինչև գծային պատկերի մակարդակի, ինչպես ցույց է տրված նկար 6Ը-ում, և մենք էլ նույն սկզբունքով ներկայացնում ենք հայկական զարդանախշերը: Նախշի ներկայացման այս ձևը միակողմանի, միանշանակ գործընթաց է: Հակառակ գործընթացը ենթադրում է միագիծ գծագրի փոխակերպումը գծագրերի, որոնք կազմված են որոշակի լայնք ունեցող գույներից: Այս գործընթացն անշուշտ միանշանակ չէ: Կարող են լինել մի քանի լուծումներ, որոնք կոչվում են նախշի դիզայն [15]: Չոլավոր նախշերը կարող են լինել շատ բարդ, սակայն չափազանց աչք շոյող և սահմանափակ համաչափությամբ: Սկզբում ներկայացնում ենք հայկական զոլավոր զարդանախշերը: Քանի որ հրապարակված բոլոր իսլամական նախշերը բացառապես միագիծ պատկերներ են, համեմատություն իրականացնելու համար մենք հայկական զոլավոր զարդանախշերը նույնպես կփոխակերպենք գծային պատկերների: Նկար 7-ը ցույց է տալիս 118 հայկական զարդանախշերի՝ ի հայտ գալու հաճախականությունը բյուրեղագիտական յուրաքանչյուր խմբի համար՝ առանց զոլավոր նախշը գծային գծագրի փոխակերպելու:

4.1

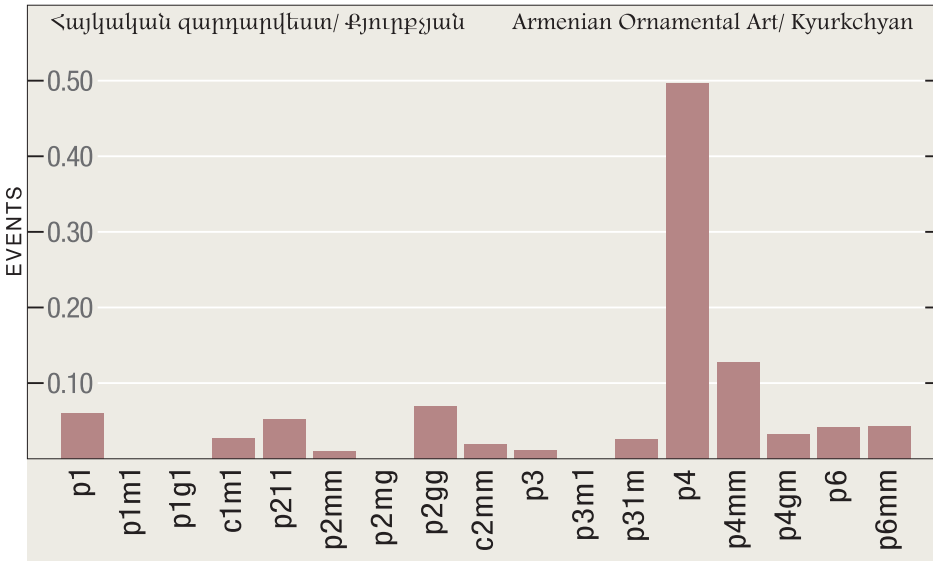
Armenian ornaments

The Islamic patterns are presented as diagrams that are reduced to lines, as shown in Figure 6Ը for an Armenian ornament.

This abstraction of the pattern in lines is an unambiguous one-way process. The reverse process is the transformation of the one-line drawings into drawings consisting of bands of finite width that is not at all unambiguous. There may be several solutions called the design of the pattern [15]. The stripe patterns can be very complicated, but extremely pleasing to the eye, and with greatly reduced symmetry. We first present the occurrence of the original Armenian ornaments with stripes. Since all published Islamic patterns are exclusively one-line drawings, we then convert the Armenian ornaments with stripes into line drawings to facilitate a comparison. Figure 7 shows a graphical representation of the occurrence of 118 Armenian ornaments for each planar crystallographic group represented in the abscissa without converting the pattern with bands into line drawings.

28 Այս զարդանախշերը դարեր շարունակ գտնվել են ինչպես պատմական, այնպես էլ ժամանակակից Հայաստանի տարածքում [12]: Ըստ խմբերի բաշխվածությունը ցույց է տալիս, որ առավել հաճախ հանդիպում է $p4$ խումբը (50%), մինչդեռ մյուս 4 խմբերը $p1m1$, $p1g1$, $p2mg$ և $p3m1$ ընդհանրապես ներկայացված չեն: Մնացած խմբերը հանդիպում են գրեթե նույն հաճախականությամբ:

These ornaments were found both in the territories of historical and modern Armenia during several years [12]. The distribution shows a peak event of the $p4$ group (ca.~50%), while four groups $p1m1$, $p1g1$, $p2mg$, and $p3m1$ are not represented at all. Other groups occur with almost the same frequency.



Նկար 7: Հայկական զարդանախշերում բյուրեղագիտական հարթ մակերեսային խմբերի ի հայտ գալու հաճախականությունը: Տվյալները վերցված են մեր (ԱՔ) մասնավոր հավաքածուից [12]:

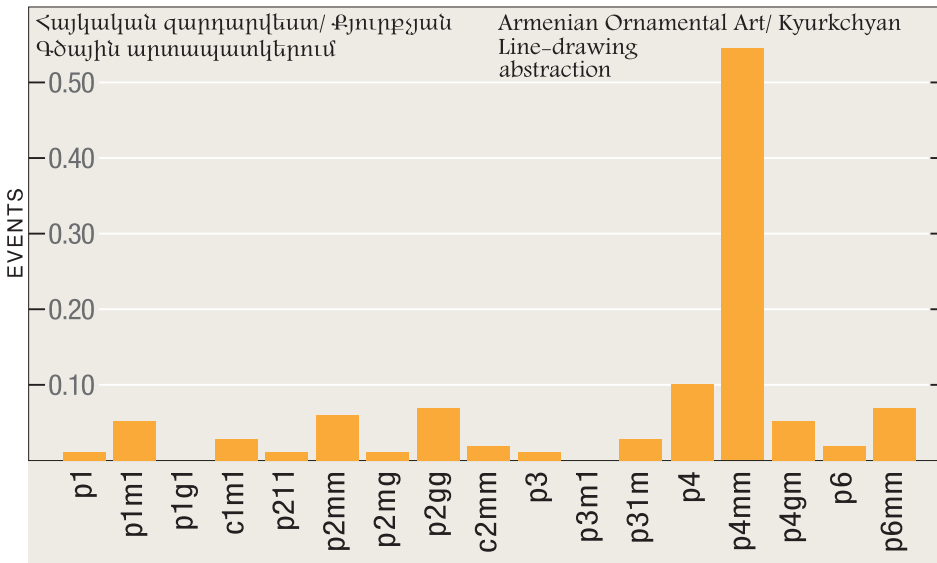
Figure 7: The frequency of occurrence of crystallographic planar groups in Armenian ornamental art. The data come from our (AK) private collection [12]

Մենք հանգել ենք այն եզրակացության, որ զուլերի առկայությունը հայկական զարդանախշերը դարձնում է առանձնապես գրավիչ և նվազեցնում է նախշի համաչափությունը և հաղորդում նրան եռաչափության զգացողություն:

We have found that the presence of bands makes Armenian ornaments particularly attractive, creates a three-dimensional appearance and reduces the symmetry of the pattern.

Ուսումնասիրելով նկար 7-ը՝ տեսնում ենք, որ ավելի հաճախ կարելի է հանդիպել $p1$ տիպին, մինչ $p1m1$ և $c1m1$ տիպերն ավելի հազվադեպ են հանդիպում: Առկա են նաև $p211$ խմբի ավելի շատ զարդանախշեր՝ $p2mm$ և $c2mm$ խմբերի: $p4$ և $p4mm$ խմբերի համեմատությունն ավելի աչքեցնող է: Այսպիսով, հայկական զարդանախշերին առավել բնորոշ են հարթ մակերեսային քան հայելային նախշատեսակները: Չարդանախշերի կեսից ավելին բնութագրվում են $n=4$ համաչափությամբ: Հաջորդ բաժնում մենք կքննարկենք մնացած զարդանախշերի նկատմամբ այս գերակայությունը :

Examining Figure 7 we find that the number of $p1$ events is greater than that of $p1m1$ and $c1m1$. There are also more ornaments of the group $p211$ compared to $p2mm$ and $c2mm$. The comparison of $p4$ and $p4mm$ is more striking. Therefore, mirrored ornaments are used less often than the plain pattern in Armenia. More than half of the ornaments obey the symmetry of $n=4$. We will discuss this dominance over the rest of the ornaments in the next section.



Նկար 8: Հայկական զարդարվեստում հանդիպող բյուրեղագիտական հարթ մակերեսային խմբերի հաճախականությունը, երբ կապերը փոխակերպված են գծերով: Սույն գործընթացի արդյունքում վերանում է նախշերի եռաչափությունը:

Figure 8: The frequency of occurrence of crystallographic planar groups in Armenian ornamental art, after reducing the bands into lines. This process eliminates the three-dimensional appearance of the patterns.

Իսլամական նախշերի հետ, որոնք ի սկզբանե շատ պարզ են և հասարակ, գուրկ զոլերից, համեմատությունն իրականացնելու նպատակով, մենք հայկական զարդանախշերը ներկայացրեցինք նույն սկզբունքով: Արդյունքում ստացված բոլոր նախշերի հաճախական բաշխվածությունը ներկայացված է նկար 8-ում: Եթե համեմատենք նկար 7-ում ներկայացված արդյունքների հետ, կտեսնենք, որ առկա են մի շարք էական փոփոխություններ, և ամենագարնանալին այն է, որ հասարակ համաչափությունները փոխակերպված են հայելային համաչափությունների: Ավելի քան 50%-ը պատկանում է $p4mm$ խմբին, իսկ $p4$ -ը պահպանվում է մոտավորապես 10%-ի դեպքում :

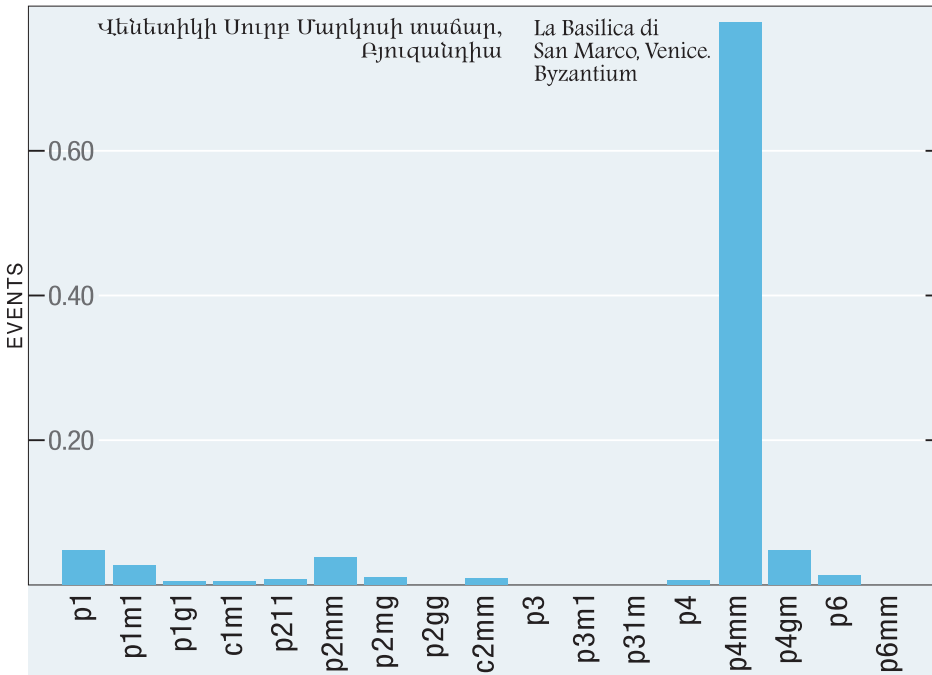
To be comparable with the Islamic representation of patterns [14], which show a crude simplification by deleting all the stripes, we have done the same with the Armenian patterns. The resulting occurrence of the overall patterns is shown in Figure 8. There are several significant changes compared to the results shown in Figure 7, and the most striking fact is that simple symmetries are converted into mirrored symmetries. There is more than 50% $p4mm$, while more than 10% of the group $p4$ still remains. With the exception of $p4mm$, the distribution is even more uniform.

Նկար 9-ը ցույց է տալիս բյուզանդական 730 նախշերի [7] գրաֆիկական բաշխումը, երբ հարթ մակերեսային բյուրեղագիտական յուրաքանչյուր խմբի համար՝ ներկայացված են, որպես արցիզներ: Այստեղ երևում է, որ $p4mm$ խումբն է էականորեն գերակշռում: Հազվադեպ են հանդիպում $p2gg$ և $p6mm$ խմբերի զարդանախշեր: Հազվադեպ են գոյավոր նախշերը: Հազվադեպ են հանդիպում նաև $p1g1$, $c1m1$ և $p211$ խմբերը:

4.2

Byzantine ornaments

Figure 9: shows a graphical representation of the occurrence of 730 Byzantine ornaments [7] for each planar crystallographic group represented as abscissa. The group $p4mm$ dominates the distribution overwhelmingly. There are no threefold-symmetric ornaments and no $p2gg$ and $p6mm$. Extremely rare are $p1g1$, $c1m1$, and $p211$. Ornaments with stripes are seldom.



Նկար 9: Բյուրեղագիտական, հարթ մակերեսային որոշակի խմբի պատկանող բյուզանդական զարդանախշերի բաշխվածությունը [7]

Figure 9: Frequency of Byzantine ornaments [7] belonging to a particular crystallographic planar group.

Իսլամական զարդանախշեր

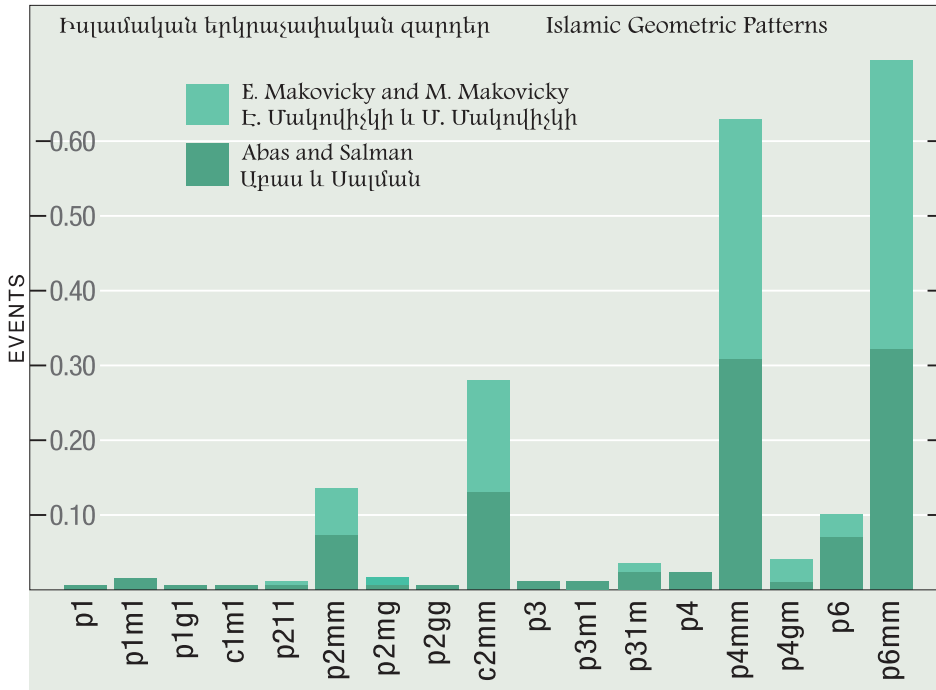
Գրականության մեջ իսլամական և արաբական պիտակները հաճախ փոխարինարար են օգտագործվում: Վստահաբար, ավելի ճիշտ է կիրառել իսլամական եզրույթը, քանի որ կան ավելի շատ իսլամական արվեստագետներ, որոնք արար չեն, քան արաբներ, ովքեր իսլամ չեն դավանում: Նկար 10-ում ցույց է արված 249+200 իսլամական զարդանախշերի գրաֆիկական բաշխվածությունը՝ արցիզների առանցքով տեղադրված հարթ մակերեսային, բյուրեղագիտական յուրաքանչյուր խմբի համար: Ամբողջական տվյալներն ի սկզբանե հրապարակվել են Բուրգոնենի կողմից, սակայն տվյալների վերլուծությունը կատարվել է հետագայում այլ մասնագետների կողմից [14]: Օրդինատների առանցքի թվերը կիրառելի են առանձին, սահմանված յուրաքանչյուր տվյալի և ոչ գումարային արժեքի նկատմամբ:

Իսլամական զարդանախշերի բաշխումը յուրահատուկ է: $n=1$ և $n=3$ համաչափության խմբերի զարդանախշերը հազվագյուտ են, սպեկտրում գերակշռում են $n=2$, $n=4$ և $n=6$ խմբերը:

4.3

Islamic ornaments

In literature, Islamic and Arabic labels are often used interchangeably. Surely it is fairer to use the term Islamic because there are more Islamic artist groups who are not Arab than the number of Arabs who are not Islamic. Figure 10 shows a graphical representation of the occurrence of 249 + 200 Islamic ornaments for each planar crystallographic group represented in the abscissa. All data were originally published by Bourgoïn, but their analysis was performed later by others [14]. The numbers on the ordinate scale apply individually to each data set and not to its additive value. The distribution of Islamic ornaments is unique. Ornaments with $n=1$ and $n=3$ are rare; the spectrum is dominated by $n=2$, $n=4$, and $n=6$.



Սկար 10: Իսլամական զարդանախշերի բաշխվածությունն ըստ սվյալ բյուրեղագիտական հարթ մակերեսով խմբերի: Տվյալները կարելի է գտնել [14] հոման մեջ:

Figure 10: The number of Islamic ornaments of a given crystallographic planar group. The data sources can be found in Ref. [14].

Հավասար պտտական համաչափությամբ խմբերում երկու ուղղություններով հայելային անդրադարձներն ավելի ուժեղ են ներկայացված, քան ավելի ցածր համաչափության խմբերը: Անհավասար բաշխումն ի հայտ է եկել պայմանավորված այն հանգամանքով, որ սկզբնական նախշի բոլոր հանգույցները հեռացվել են, իսկ զարդանախշերը փոխարինվել են միագիծ գծագրերով:

Within the equal-rotation groups, symmetries with mirror reflections in two directions are more strongly represented than those with lower symmetry. This unbalanced distribution has its origin in the fact that all bands in the original pattern are eliminated and the ornaments are transformed into single-line drawings.

Հայկական զարդանախշերը հիմնականում փորագրված են քարի վրա, եկեղեցիների պատերի և խաչերի, խաչքարերի վրա: Չնայած նրանք ենթարկվել են բազմաթիվ աղետների, հիմնականում պահպանվել են, մնացել անվնաս: Հայկական մշակույթում գոյություն ունեցող յուրաքանչյուր զարդանախշ հմաստ է պարունակում: Նրանք լույս են սփռում մարդկային պատմության ամենափոթորկալից ժամանակների և պատմական իրադարձությունների վրա: Չարդանախշի յուրաքանչյուր գիծ և նախշ արհեստագործների համար հմաստ են ունեցել, դրանք կարծես զարդանախշերի բառերն ու արտահայտություններն են:

Հայկական զարդանախշերը ծառայել են որպես յուրատեսակ հաղորդակցության միջոց, որի շնորհիվ հայ հին արհեստավորները, արհեստագործները և վարպետները դարերի միջով հաղորդակցվել են սերունդների հետ:

Վենետիկի Սուրբ Մարկոսի տաճարի հատակի սալիկները պատրաստված են գունավոր քարերից: Այն, թե ինչպիսի ճշգրտությամբ է մարմարե յուրաքանչյուր քարը համադրված, արվեստի այս գործը դարձնում է չափազանց արժեքավոր [16]: Իսլամական ծագում ունեցող գործերը հաճախ գունավոր դիզայնով աշխատանքներ են՝ արված տարբեր սուբստրատների վրա:

Discussion

Armenian ornaments are mostly carved in stone, on outer walls and crosses, the khachkars. They are exposed to natural hazards, but usually remain intact. Every ornament in Armenian culture contains a message. They offer an unexpected window on the most turbulent times in human history. For Armenian craftsmen every line, every intersection of the ornament has a meaning, they are like words and phrases of the ornaments. Armenian ornaments served as a unique means of communication with which ancient Armenian artisans, craftsmen, and masters have communicated with generations throughout centuries and history.

The floor pavements of the San Marco Cathedral in Venice are made of coloured stones. How each piece of marble stone is coordinated with great precision makes this work of art extremely valuable [16]. Islamic works are often creations of coloured design on different substrates.

Նկարներ 7-10 –ում

ներկայացված տվյալները կիրառելով՝ մենք համեմատում ենք այս երեք քաղաքակրթություններին բնորոշ զարդանախշերի յուրաքանչյուր խումբը՝ նրանց տարբերությունները և նմանությունները հետազոտելու նպատակով:

$n=1$ պտտական կարգը հազվադեպ է հանդիպում իսլամական զարդանախշերում, մինչդեռ նախընտրելի են պտտական ավելի բարձր համաչափությամբ աշխատանքները: Հայկական զարդանախշերին զուգորդելով բնորոշ է ավելի ցածր համաչափություն: Այս տիպի հայկական նախշերի տարրական բջիջները (նկար 1) մեծ են և վկայում են հայ արհեստագործների բարձր գեղարվեստական հմտությունների մասին [17]:

$n=2$ -ով պտտական կարգը ոչ մի հետաքրքրություն չի ներկայացրել երեք ժողովուրդների համար, բացառությամբ $p2mm$ և $c2mm$ խմբերի, որոնք հանդիպում են իսլամական զարդանախշերում: Իսլամական մշակույթում ավելի շատ կիրառվել է հայելային անդրադարձը՝ մեկից ավելի ուղղությամբ: Սա պարզապես որոշակի մոտիվի սատոիկ կրկնապատկումը և քառապատկումն է, սակայն զուգորդվում է միազիժ զծապատկերների փոխակերպման շնորհիվ սրանք վերածվել են արվեստի գործերի: Այս գործընթացի ժամանակ յուրաքանչյուր մոտիվ մեծացվում է, և նախընտրված տարբեր ուղղություններից երևում է համաչափ և համասեռ:

Using the data presented in Figures 7-10, we compare the ornaments of each group for the three civilisations to examine the differences and similarities.

The rotation order $n=1$ is rare in Islamic ornaments, instead works of art with high rotational symmetry are preferred. Often Armenian ornaments have a lower symmetry due to the stripes. The unit cells of such patterns (*cf.* Figure 1) are unusually large and represent the advanced artistic abilities of the craftsmen [17].

The rotation order $n=2$ shows no interesting behaviour for all three peoples, except $p2mm$ and $c2mm$, which were observed in Islam. Islamic culture strongly promotes mirror reflection in more than one direction. It is a static doubling and quadrupling of a certain motif, if it were not an artefact caused by the transformation of bands into single-line drawings. Through this construction process each motif is enlarged and the pattern appears symmetrical and homogenous viewed from different directions.

$n=3$ -ով պտույտները կարելի է գտնել հայկական և իսլամական զարդանախշերում, մինչ բյուզանդական նախշերում այն առկա չէ:

$p3m1$ խումբն ունի հայելային և սահող անդրադարձներ տարբեր ուղղություններով և ավելի գրավիչ է աչքի համար: Այնուամենայնիվ, ցավալի է, որ այն բացակայում է բոլոր այս մշակույթներում:

$n=4$ -ով զարդանախշերը նախընտրելի տարբերակ են հայկական, բյուզանդական և իսլամական գեղարվեստում: $p4$ հիմնական ձևը հանդիպում է միայն հայկական դիզայնում, հասկապես այն նախշերի համար, որոնք փոխակերպվել են պարզ գծերի:

Բյուզանդական նախշերում $p4mm$ խմբի հաճախականությունը կազմում է ավելի քան 80%՝ ի համեմատություն մյուս 17 խմբերի: Իսլամական նախշերը բոլոր երեք $n=4$ խմբերի համար կազմում են 30%-ից ավելի, որոնցում գերակշռում է $p4mm$ -ը:

$p2mm$ և $c2mm$ խմբերի դեպքում մենք նկատում ենք, որ վերջիններս բնորոշ չեն բյուզանդական զարդարվեստին, ինչը վկայում է որ այստեղ չի եղել որևէ իսլամական ազդեցություն: $n=3$ խմբերն այնքան հազվադեպ են հանդիպում, որ անհնարին է խոսել այս երեք մշակույթների՝ վիճակագրորեն հավաստի փոխազդեցության մասին:

Rotations by $n=3$ are only found in Armenian and Islamic ornaments; in Byzantium there is no example. The group $p3m1$ has mirror and glide reflections in several directions and appears attractive to the eye. Nevertheless, it is a notorious case that is largely omitted in all these cultures.

Ornaments with $n=4$ are the preferred choice in the Armenian, Byzantine, and Islamic art design. The basic form $p4$ is mainly found in Armenian design, even for patterns that have been transformed to single lines.

In Byzantium, $p4mm$ occurs more than 80% in comparison to the other 17 groups. Islamic patterns show more than 30% for all three $n=4$ groups with the majority of $p4mm$.

With the groups $p2mm$ and $c2mm$ we observe that there are no counterparts in Byzantium. Therefore, it is fair to claim that there is no Islamic influence on its neighbour. The groups $n=3$ are so rare that one cannot speak of a statistically plausible interaction between the three cultures.

Տեսաբարբիր է վերլուծել $n=4$ զարդանախշերը. միայն հայկական զարդանախշերում է, որ որոշ դեպքերում ի հայտ է եկել $p4$ խումբը: Մյուս երկու քաղաքակրթություններում այս խումբը գրեթե բացակայում է կամ գոյություն ունի աննշան քանակով: Այս փաստը վկայում է, որ հայկական մշակույթի վրա ոչ մի ազդեցություն չեն թողել ո՛չ բյուզանդական, ո՛չ իսլամական վարպետները:

$p4$ և $p4mm$ համաչափ խմբերի առատությունը կարելի է մեկնաբանել որպես ցուցանիշ այն բանի, որ համաչափության այս խմբերը կարելի էր կատարելապես փորագրել քառանկյուն քարերի վրա, որոնք սովորաբար զարդարում էին հայկական ճարտարապետական հուշարձանների ճակատային հատվածը: $p4mm$ խումբը հաճախ հանդիպում է նաև իսլամական աշխարհում: Կարծում ենք, որ սա պարզապես արդյունք է իսլամական արվեստում ընդհանուր ուղղվածության, որին բնորոշ է mm խմբերի առկայությունը և վերարտադրման ընթացքում զարդանախշերի պարզեցման գործընթացը:

Բյուզանդական խմբերի բաշխվածության սպեկտրը, սակայն, բաղկացած է գրեթե միայն $p4mm$ -ից: Մեր կարծիքով ժամանակին շինության հատակին արված խաչերը նպատակ էին ծառայում հեռու պահելու չար ուժերին, բանի որ խաչը խորհրդանշում է չիտուսին: Սակայն հետագայում խնդիր է ծագում՝ արդյո՞ք կարելի էր խաչը տեղադրել հատակին՝ չար ուժերին հեռու պահելու համար, այն դեպքում, երբ այն հաստատվել էր որպես կրոնական և եկեղեցական խորհրդանիշ :

It is interesting to analyze the ornaments with $n=4$. Only Armenian ornaments of $p4$ show some occurrence. This group is found in the other two civilizations in a negligibly small number. This fact shows that Armenian culture could not have influenced either Byzantine nor Islamic artisans. The abundance of the symmetry groups $p4$ and $p4mm$ can be interpreted as an indication that these symmetry groups can preferably be carved into square stones that form a facade made in Armenian architecture. The group $p4mm$ occurs frequently in the Islamic world. We believe that this is merely the result of the general Islamic trend to overemphasise the mm groups and the simplification process of ornaments in reproduction. The spectrum of the Byzantine group distribution, however, consists almost of $p4mm$. We have suspected that crosses on the floor of a building keep away evil spirits because the cross represents Christ. The dilemma is was to place the cross on the ground to ward off evil where it is entered by the church congregation. Therefore the Byzantine Emperor Theodosius II issued an edict and abolished the use of crosses on the ground [18]. We must not forget that the early crosses, like the Greek or Maltese cross, had equilateral arms.

Այդ պատճառով Բյուզանդիայի կայսր Թեոդոսիս II-ը հրամանագիր արձակեց և արգելեց խաչերի պատկերումը հատակին կամ գետնին [18]: Չպետք է մոռանալ, որ նախկինում խաչերը, ինչպիսիք են՝ հունական կամ մաթթայական խաչերը, ունեին հավասարակողմ թևեր: Այնուհետև, արհեստագործները հնարամիտ կերպով ստեղծեցին բառաչափ համաչափության $p4mm$ նախշերը, որոնք նմանվում էին խաչին: Սա մի փորձ է՝ բացատրելու $4mm$ տիպի նախշի գերակայությունը բյուզանդական եկեղեցում:

$n=6$ խմբի զարդանախշերը Հայաստանում ներկայացված են միջին հաճախականությամբ, մինչ Բյուզանդիայում նրանք հազվադեպ են հանդիպում: Իսլամական զարդանախշերում, սակայն, այս խումբը կազմում է գրեթե 40%: Իսլամական նախշերում կետն ամեն ինչի կենտրոնն է, իսկ շրջանը ձևավորում է միասնություն [19]: Այն ներդաշնակորեն բաժանվում է խելամիտ գծերով, որոնք միավորում են մի քանի կենտրոններ: Իսլամական արվեստը հիմնվում է 5, 6, 8, 10 կամ 12 կողմեր ունեցող կանոնավոր բազմանկյունների երկրաչափության վրա: Որքան մեծ է կողմերի քանակը, այնքան բազմանկյունը մոտ է շրջանին: Այս բազմանկյուններից միայն վեցանկյունն է, որ բյուրեղագիտական սահմանափակման պատճառով համադրելի է պարբերական դիզայնի հետ: Հետևաբար, զարմանալի չէ, որ իսլամական զարդանախշերի մեծամասնությունն ունի $n=6$ պտտական կարգ:

Then the craftsmen invented ingenious fourfold symmetric $p4mm$ patterns that imitate the cross. This is an attempt to understand the predominance of the $p4mm$ patterns in the Byzantine church.

Ornaments of the group $n=6$ are represented in Armenia on an average level, while they are a rarity in Byzantium. In Islam, however, this group accounts for about 40% of all incidents. In Islamic patterning, the point is the center of everything, and the circle forms the unity [19]. It is harmoniously divided by intelligent lines connecting several centres. Islamic art is based on the geometry of regular polygons with 5, 6, 8, 10, or 12 sides. The larger the number of sides, the closer the polygon comes to the circle. Of these polygons, only the hexagon is compatible with the periodical design due to the crystallographic restriction. Therefore, it is not surprising that the majority of Islamic ornaments have the rotational order $n=6$.

Armenia had neighbours in the East, Iran and Seljuks, who created valuable ornaments. So far they have only been qualitatively analysed [2, 8], and art works with rotational orders of mostly $n=4$ and $n=6$ are reported. We have not found any systematic quantitative investigations that could be included in our studies.

Ամփոփում

Հայ ճարտապետները ողջ Միջին Արևելքում համարվել են լավագույններն իրենց ոլորտում: Պատմական վաղ շրջանի օրինակ է Տրդատ ճարտարապետը, ով 10-րդ դարում հրավիրվել էր Բյուզանդիայի կայսր Վասիլ II-ի կողմից՝ վերակառուցելու իրենց գլխավոր՝ Սուրբ Սոֆիայի տաճարը: Պատմական արձանագրություններն անդրադառնում են շնորհաշատ ճարտարապետների Բալյան ընտանիքին, ովքեր 18-րդ և 19-րդ դարերում եվրոպականացրեցին օսմանյան ճարտարապետությունը: Այս և այլ օրինակներ հաստատում են, որ հայկական ճարտարապետությունն իրոք կարևոր է եղել ոչ միայն Հայաստանի, այլև հարևան երկրների համար:

Բնության չորս տարրերը (ջուր, օդ, կրակ և հող) և կենսոց ծառը հայկական զարդանախշերի հիմնական բաղադրիչներն են, որոնք ի հայտ են եկել Աշխարհը որպես պարտեզ գաղափարից, և խարսխված են եղել հայկական գիտակցության մեջ: Վաղ շրջանում արհեստագործները ստեղծել են երկրաչափական և ծաղկային մոտիվների մեծ հավաքածու, որոնք խորհրդանշում են կյանքի չորս տարրերը:

6

Conclusions

Armenian architects are considered the best in their field in the entire Middle East. An early example is Trdat the Architect who was invited by the Byzantine Emperor Basil II to rebuild his main church Hagia Sofia in the 10th century. Later records point to the Balyan family, who westernized Ottoman architecture for five generations in the 18th and 19th centuries. These examples testify that Armenian architecture is just as important as in neighbouring countries.

The four elements (water, air, fire, earth) and the Tree of Life are the basic components of Armenian ornaments, as are the motifs from the concept World as Garden, which have long been anchored in Armenian consciousness. Craftsmen of early history created an arsenal of geometric and floral motifs symbolizing the four elements of life.

Նրանց մեծամասնության մեջ չորս տարրերի գաղափարը ներկայացված է երկրաչափորեն՝ հավասար տրամագիծ ունեցող չորս շրջանների տեսքով, որոնք անցնում են առանցքային կենտրոնի զրոյով և հատման կենտրոնում ստեղծում են քառաթև նշան: Այս խորհրդանշական հատկանիշների դիտարկման արդյունքում քառաթև նշանը մեկնաբանվում էր որպես կենաց ծառ՝ մի խորհրդանիշ, որ ներկայացնում էր կյանքի և հավերժության գաղափարը: Հետագայում՝ վաղ քրիստոնեական ժամանակաշրջանում, երբ հայանվեցին առաջին խաչքարերը, հայ արհեստագործները սկսեցին փորագրել զարդանախշերը՝ քարե խաչերի մեջ ամփոփելով կյանքի և կրոնի իրենց գաղափարները:

Մեր մանրակրկիտ համեմատությունը, որը հիմնված է զարդանախշերի համաչափության հատկանիշների վրա, վկայում է այն մասին, որ հայկական զարդարվեստի նմուշները գերծ են բյուզանդական կամ Իսլամական որևէ ազդեցությունից:

Ամփոփելով՝ կարող ենք նշել, որ այս մշակույթներից յուրաքանչյուրն ունի իրեն բնորոշ առանձնահատկությունները: Հայկական զարդանախշերին բնորոշ են բոլոր համաչափությունները, քառաշերտ/քառաձաղ համաչափության մեջ առկա է $p4$ և $4pmm$ խմբերի գերակայությունը: Հայկական զարդանախշերը մարմնավորում և արտահայտում են հավերժության և հավիտենականության եռաչափ պատկերացումները:

In most of them, the concept of four elements is symbolised geometrically in the form of four circles of equal diameter running through the axial central zero, and in the centre of their intersection they form a four-winged sign. The consideration of these symbolic features led to the interpretation of the four-winged sign as a Tree of Life and thus representing its concept of life and eternity. Later in the early Christian period, when the first cross stones appeared, Armenian craftsmen began to carve ornaments on the cross stones in order to summarise their ideas of life and religion.

Our rigorous comparison, based on the symmetry properties of ornaments, shows the lack of influence of Byzantium or the Islamic world on the Armenian artwork. We conclude that each of these cultures had its strengths and weaknesses. Armenian ornaments use all symmetries with a dominance of $p4$ and $4pmm$ in fourfold symmetry. They give a three-dimensional impression of eternity. Byzantine craftsmen have mastered the art of inlaying with stones of different colours [16]. They usually have created fourfold symmetrical $p4mm$ pieces.

Բյուզանդական արհեստագործները ժամանակին վարպետացել են տարբեր գույների քարերի համադրության գործում [16]: Նրանք սովորաբար ստեղծել են քառաձաղ համաչափության p4mm խմբին բնորոշ գործեր:

Իսլամական դիզայնում գերակշռում են կրկնակի հայելային անդրադարձները՝ յուրաքանչյուր ռոտացիոն համաչափության մեջ: Վեցական պտույտը իսլամական պարբերական նախշերի հիմնական առանձնահատկությունն է :

Նշենք, որ բյուզանդական արհեստագործները նախապատվությունները հիմնվել են որոշակի կրոնական և սնահավատության գործոնների վրա, մինչ իսլամական արհեստավորների կողմից երկրաչափությունը կիրառվել է բնագորրեն, գրեթե էզոթերիկ մակարդակում: Սակայն Հայաստանի արհեստագործները կարծես թե ունեցել են բնությունից տրված գեղեցիկի զգացում և գեղեցիկը կերտելու անսահմանափակ ունակություններ:

The Islamic design is dominated by double mirror reflections in every rotational symmetry. The sixfold rotation is the main feature of the Islamic periodic patterns.

We note that preferences of Byzantine artworks were based on some religious to superstitious practices, while geometry was intuitively practised by Islamic artists, almost on an esoteric level. However, craftsmen from Armenia seem to have possessed the ability of artistic creation almost by nature.

[1] Edith A. Müller, Gruppentheoretische und strukturanalytische *Untersuchung der Maurischen Ornamente aus der Alhambra in Granada*, PhD Thesis, University of Zurich, Zurich (1944); El estudio ornamentos como aplicación de la teoría de los grupos de orden finito, *Euclides* (Madrid) 6, 42–52 (1946). Publishers home page <https://www.worldcat.org/title/euclides/oclc/924470145?referer=di&ht=edition/>.

[2] a recent review is published by Emil Makovicky, *Symmetry*, de Gruyter, Berlin, 2016. <https://doi.org/10.1107/S2053273317001747/>.

[3] Slavik Jablan, *Symmetry and Ornament*, <http://archive.bridgesmathart.org/2000/bridges2000-1.pdf/>.

[4] Dorothy K. Washburn, *Symmetry Analysis of Yurok, Karok, and Hupa Indian Basket Designs*, *Empirical Studies of The Arts* 4. 19–45 (1986). <https://doi.org/10.2190/VKF2-HVHH-XSRB-QT85/>.

[5] see, e.g., Donald W. Crowe, *Symmetries of culture*. <https://archive.bridgesmathart.org/2001/bridges2001-1.pdf/>.

[6] There is a trilogy by Donald W. Crowe, see, e.g., *The geometry of African art II. A catalog of Benin patterns*, *Hist. Math.* 253–271 (1975). [https://doi.org/10.1016/0315-0860\(75\)90063-4/](https://doi.org/10.1016/0315-0860(75)90063-4/).

[7] Mehmet Erbudak, *Symmetry analysis of the floor ornaments of the San Marco cathedral in Venice*, *Heliyon* 5, e01320 (2019). <https://doi.org/10.1016/j.heliyon.2019.e01320/>.

[8] Jay Bonner, *Islamic Geometric Patterns*, Springer, 2017. <http://dx.doi.org/10.1007/978-1-4419-0217-7/>.

[9] Christopher Hammond, *The Basics of Crystallography and Diffraction*, 4. Ed., Oxford Univ. Press, Oxford (2015). <https://doi.org/10.1093/acprof:oso/9780198738671.001.0001/>.

[10] Almost simultaneously in Russia, Germany, and England: Evgraf Stepanovich Fyodorov (1891), English translation: *Symmetry of Crystals*, Am. Cryst. Assoc. Monograph No. 7, Buffalo, NY (1971) p. 50–131; Arthur Moritz Schönflies, *Kristallsysteme und Kristallstruktur*, Teubner, Leipzig (1891); William Barlow, "Über die geometrischen Eigenschaften homogener starrer Strukturen und ihre Anwendung auf Kristalle, Z. Kristall. Mineral. 23, 1–63 (1894). doi: <https://doi.org/10.1524/zkri.1894.23.1.1/>.

[11] George Pólya, *Über die Analogie der Kristallsymmetrie in der Ebene*, Z. Kristall. 60, 278–282 (1924). doi: <https://doi.org/10.1524/zkri.1924.60.1.278/>.

[12] The ornaments have been collected in the course of the last 30 years by one of us (AK). An excerpt of 21 line drawings on a compact disk can be found in Armen Kyurkchyan and Hrair Hawk Khatcherian, *Armenian ornamental art*, Craftology, Yerevan (2010).

[13] As Byzantine ornaments we use those found in the Cathedral of San Marco in Venice. In the centre of classical Byzantium there are no periodic ornaments in the Hagia Sofia today. Only a single periodic ornament is found on the marble floor of the Chora by one of us (ME).

[14] A collection of 200 Arabic ornaments from Egypt and Syria has been published as line drawings in 1879 by Jules Bourgoïn and later republished, *Arabic Geometrical Pattern and Design*, Dover, New York, 1973. These patterns are mathematically classified by Emil and Milota Makovicky, *Arabic geometrical patterns - a treasury for crystallographic teaching*, Neues Jahrbuch für Mineralogie Monatshefte 2, 58–68 (1977) and later by Syed Jan Abas and Amer Shaker Salman, *Symmetries of Islamic Geometrical Patterns*, World Scientific, Singapore, 1995. https://www.worldscientific.com/doi/pdf/10.1142/9789814335942_fmatter/. The second publication contains 249 line drawings. We have used the results of both publications to reduce some possible errors in the classification.

[15] Branko Grünbaum, G.C. Shephard, *Interlace Patterns in Islamic and Moorish Art*, Leonardo 25, 331–339 (1992). <https://www.jstor.org/stable/1575859/>.

[16] Lorenzo Lazzarini, I marmi e le pietre del pavimento marciano, in *Il Manto di Pietra della Basilica di San Marco a Venezia*, ed. Ettore Vio, Cicero, Venice, 2012, 51. Publishers home page <https://cicerobooks.com/>.

[17] Maxime K. Yevadian, *Dentelles de pierre, d'étoffe, de parchemin et de métal: les arts des chrétiens d'Arménie du Moyen Age: la grammaire ornamentale arménienne, Sources d'Arménie*, Lyon, 2006. Publishers home page <https://sourcesdarmenie.com/>.

[18] Lihi Habas, *Crosses in the Mosaic Floors of Churches in Provincia Arabia and Nearby Territories, Against the Background of the Edict of Theodosius II*, *J. Mosaic Res.*, 8, 33–60 (2015) and references therein. <https://doi.org/10.26658/jmr.306314/>.

[19] Keith Critchlow, *Islamic Patterns*, Thames & Hudson, London, 1976. https://archive.org/details/IslamicPatterns_201805/page/n1/.

[20] J.A. Scivier and M.A. Hann, *The application of symmetry principles to the classification of fundamental simple weaves*, *Ars Textrina* 33, 29–50 (2000) and Layer symmetry in woven textiles, *ibid* 34, 81–108 (2000). <http://ulita.leeds.ac.uk/research/ars-textrina-textiles-group/ars-textrina-journals/>.

[21] the reader is referred to Fig.1 in Emil and Milota Makovicky, *Arabic geometrical patterns - a treasury for crystallographic teaching*, *Neues Jahrbuch für Mineralogie Monatshefte* 2, 58–68 (1977) and Fig.1 in Branko Grünbaum, *What Symmetry Groups are Present in the Alhambra?*, *Notices of the AMS*, 53, 2–5 (2006). <https://www.ams.org/notices/200606/comm-grunbaum.pdf>.

Երախտիքի խոսք

Ծնորհակալություն ենք հայտնում Սոնա Կյուրքչյանին սույն աշխատանքը գրելու ողջ գործընթացի ժամանակ ցուցաբերած հետաքրքրության և մշտական աջակցության համար, ինչպես նաև Ֆաթմա Էրբուդակին ցուցաբերած աջակցության համար: Ծնորհակալ ենք պրոֆեսոր Գանիլո Պեշային կետ-խմբային համաչափության վերաբերյալ քննարկումների և գրույցների համար: Մեր երախտագիտությունն ենք հայտնում Հայաստանի գիտությունների ազգային ակադեմիայի թղթակից անդամ դոկտոր, պրոֆեսոր Ստեփան Պետրոսյանին հայերեն տեքստի մասնագիտական խմբագրման համար:

Acknowledgements

We thank Sona Kyurkchyan for her interest and continuous assistance throughout the manuscript writing process and Fatma Erbudak for her support. We acknowledge conversations with Professor Danilo Pescia about the point-group symmetries in the presence of stripes, which create interlacing in the pattern. We also express our gratitude to Doctor, Professor Stepan Petrosyan, member of the National Academy of Sciences of Armenia, for his support as expert editor of the Armenian translation.

Մեհմետ Էրբուդակը Թուրքիայի գիտությունների ակադեմիայի անդամ է: Կիրառական ֆիզիկայի ոլորտում գիտությունների ղոկտորի կոչում ստացել է Հարվարդի համալսարանում 1973-ին: Այժմ նա դասավանդում է Ցյուրիխի տեխնիկական բարձրագույն դպրոցի ֆիզիկայի ֆակուլտետում և Ստամբուլի Բոսֆորի համալսարանում: Մի շարք գիտական աշխատությունների և հոդվածների հեղինակ է: Մեհմետ Էրբուդակը նաև զբաղվում է հասարակական գործունեությամբ, նա Ստամբուլում «Հրանտ Դինք» հիմնադրամի վարչության անդամ է:



Մեհմետ Էրբուդակ
Mehmet Erbudak

Member of the Academy of Sciences of Turkey Mehmet Erbudak, a graduate of Yale University, got his Doctor's degree in the sphere of Applied Physics at Harvard University in 1973. Currently, he is a professor of Physics both at ETHZ, Zurich and Bogaziçi University, Istanbul. He has supervised more than 50 Master's and 25 PhD students and is the author of a number of scientific articles and publications. Mehmet Erbudak is also a Board member of the Hrant Dink Foundation in Istanbul.

Դիզայներ Արմեն Քյուրքչյանը «Հայկական զարդարվեստ», «Հայկական զարդատառ», «Հայկական դրոշմագարդ կտավ» գրքերի հեղինակն է: Գրքերում ներկայացված է հայկական միջնադարյան զարդարվեստը ողջ բազմազանությամբ՝ գրաֆիկ պատկերներով: Գրքերում տեղ գտած բոլոր գրաֆիկական պատկերները ներկայացված են նաև գրքերին կից CD սկավառաներում: Գրքերն այս լայն կիրառում են գտել դիզայներների, արվեստագետների, արհեստավոր-վարպետների շրջանում:



Արմեն Քյուրքչյան
Armen Kyurkchyan

Designer Armen Kyurkchyan is the author of "Armenian Ornamental Art", "Armenian Ornamental Script" and "Armenian Block Printed Fabric" albums, which are systematic and effective graphic presentations of Armenian ornamental art from the medieval era. Each album is accompanied with a CD, that includes all the graphical images from the book. These albums serve as effective tools for craftsmen, artists and designers.

